算数・数学教育における記号について（Ⅰ）

数学研究室　宮田龍雄
同　佐藤瑛一
同　稲見泰生
日立茨城工業専門学校　鈴木禎介

まえがき

小学校，中学校，高等学校の算数・数学教育を通して，「論理的に考え，統合的・発展的に考察し，処理する能力と態度を育成する」[1]ことが目標とされている。この目標を達成するため，たとえば，「数学的な用語や記号を用いることの意義について理解し」，それらを用いて「数量や図形などについての（または，数学的な）性質や関係を簡潔，明確に表現し，思考を進め」られること，そのような「能力と態度を養う」ことが重要視されている。そこでここでは，算数・数学教育の教材の中で，児童・生徒に対し，算数・数学の概念の規定ならびに表現，論理の基礎となる種々の用語・記号が，どのような意味をもって導入され，使用されていくかについて考察していくことにする。

1. 記号0

数としての0，数字としての0は，小学校第1学年から導入されていて，算数・数学教育の指導内容に現われる記号0の意味，その用い方は，そのたびごとに様々な内容を含む。一方実際には，それらの区別はほとんどされず，そのまま，あとの学年における指導へと進行していく。そこで算数・数学教育における記号0の意味や使われ方の変遷の状態を，指導書，教科書等を中心にして調べることにする。

小学校第1学年における数概念は，「個数を数える」[2]ことと，それに対応する数詞との対応づけとして指導されるが，数えられる対象が「ひとつもない」とき，これを表示する記号の意味で，0が数字として位置づけられる。すなわち記号0の意味は空集合の濃度であり，非存在の記号としてとらえられる。

減法の場合には，たとえば「いろがみ3まいのうち，3まいつかうと，のこりはなくなるので0です」のごとき使用がみられる。すなわち消失の意味で用いられる。

一方この段階では，0～10の数概念と数字の意味が指導される。ここで数字「10」の表示における0は前と異なる意味をもつ。すなわち0は，9の次の数字十を示すための機能とともに，10進表示による位取りの空位の指導の素地をなす。このことから，たとえば「32」を「302」と書くような，児童の混乱が生ずると思われるので，十分指導上の注意が必要であろう。

これにつづいて「ながさくらべ」を題材として「かずのせん」（数直線）が導入される。数直線の原点を示すための記号0は測定のための基点であり，上のどの0とも異なる意味をもつ。

数の導入段階では，位取りの空位を示すための0を意識的に指導することはないが，小学校第2，3学年で，3桁またはそれ以上の数が指導される段階では表面化する。たとえば，「紙が205まい」または「3040まい」与えられたとき，10を基準として100，1000などを作る過程において，「205」

の場合には端数「１０がないので０」を十の位に，「３０４０」の場合は端数「１００，１がないので０」をそれぞれ百，一の位に記入させる。第１学年の児童に比べて，３桁以上の記数法を学習する学令の児童の数意識は，はるかに進んでいると思われるので，同じ記号０の意味および使用の指導は，記号０を明確に意識させることを目指す必要があろう。たとえば「３０００は１００が３０ことみることができます」とする。１００を単位とする計量値「３０」の意味と，１０進位取り記数法での「３０００」が「１,10，１００，はそれぞれ０こで，１０００が３こである」ことの意味の区別に，学習上の混乱が見られることは，数「３０００」を表示させる指導と数「３０００」がもつ構造の指導とが分離していることを示すものといえよう。[3)]

さらに，この時点で同時に，分類・整理の意味の記号，たとえば，部屋番号「１０３」が指導される。このときの記号０は，一般に，１０進記数法の空位を示す０と同じとはいえない。一方この０もある意味で空位を示す記号と解釈されるので，児童の理解の混乱が予想される。

これらに加えて，小学校第２学年で，数０のもつ他の性質，すなわち加法における単位元としての０が指導される。「欠席者数」，「輪なげ」などの結果の表から，「３＋０，０＋２，０＋０，３－０」などを通して，０のもつ特異性の指導がなされる。小学校中学年では，乗除の学習に伴って，「２×０，０×３，０×０，０÷３」などが指導される。これらの僅かな具体例を通して，一般的に「どんな数に０をかけても，０にどんな数をかけても答は０になります」，「０を０でないどんな数でわっても答は０になります」と結論づけられる。これは，累加，等分除が基礎となるので，０が通常の自然数と同格化されることを意味する。この意味では，０による除法の不可能性が問題になろう。

また，小学校中学年より概数について指導される。たとえば，「十の位で四捨五入した結果３００となる数」は，２５０以上３５０未満のいずれかの数を意味するから，このときの２つの０は記数法における０と異質のものである。同様のことが，中学校での有効数字の指導についてもいえる。すなわち，「ある測定値が，１５０cmであるとき，これが１４５cm以上１５５cm未満」[4)]を示すものか，「１４９.５cm以上１５０.５cm未満」を示すものかの区別を通して有効数字の概念が指導される。「1.50×10^{2}cm」と表示された場合の有効数字の０は，以前に学習された０とは異なる意味をもつ。

小学校において，「２で割りきれる整数（自然数）を偶数といいます。０も偶数です」とし，「倍数というときには，０の倍数や，ある整数の０倍は考えないことにします」という指導は，実用を背景とするものであるけれども，その定義自身の中に矛盾が存在する。一方，中学校の指導においては，「$0=a\times0$であるから，０はすべての整数の倍数である」とするので，小学校指導と離れてしまう。

方程式の指導で，「移項して，簡単にしたとき，$ax+b=0\ (a\fallingdotseq0)$の形になる方程式を，$x$についての一次方程式という」，「$ax^2+bx+c=0\ (a\fallingdotseq0)$の形になる方程式を，$x$についての二次方程式という」のように，方程式を表示するために０が使用される。この場合，左辺の多項式が０と等しい意味はなく，左辺の変数（未知数）xに関する数式がvanish する数xを，予定された変域の中に求めることを意味する。したがって，「xについての二次式を，０に等しいとおいて得られる方程式$ax^2+bx+c=0\ (a\fallingdotseq0)$を$x$についての二次方程式という」という表現は正確ではない。すなわち，二次式ax^2+bx+cが０となるのは，$a=0$，$b=0$，$c=0$の場合に限るからである。たとえば，高等学校における恒等式の指導において，「$P(x)$，$Q(x)$がともにｎ次以下の整式であって，$(n+1)$個以上の異なるxの値に対して，$P(x)$，$Q(x)$の値がそれぞれ等しいとき，$P(x)=Q(x)$は恒等式である」[5)]として，「$P(x)$，$Q(x)$がともに２次以下の整式で，xの３つの相異なる値ａ，ｂ， cに対し，P（x），Q（x）の値がそれぞれ等しいとき，F（x）＝P（x）－Q（x）とおくと，F（x）は2次以下の整式であり，F（x）＝0は相異なる3個の根をもつからF（x）は恒等的に0であり，したがって，P（x）＝Q（x）は恒等式である」とされている。このときF（x）はすべてのxの値に対して0であり，したがって，F（x）の係数はすべて0であることを意味している。すなわち，多項式F（x）が零多項式であることを意味する。このことと，方程式F（x）＝0における記号0の意味はまったく異質のものである。一方，関数y＝f（x）が0であるとは，定義域内のすべてのxに対応するyの値が0であることを意味する。たとえば，定義域をZ_5（すなわち，整数環のmod5の剰余系）とする関数$y=x^5-x$は，零関数であるから，関数として，$x^5-x=0$が成り立つ。

中学校2年における剰余系で，たとえばmod7の剰余系Z_7の代表系｛0，1，2，3，4，5，6｝における0は，7の倍数である数に置き換えることができる。すなわち，記号0は，7で割ったときの剰余が0となるすべての整数を1つのものにまとめた類を表わす。したがって，Zにおける演算はZ_7における演算と異なり，いわゆる類演算である。たとえば，加法について，類0も，数0も共に単位元ではあるが，前者は数の集合を1つとみたものであり，後者は数そのものである。これに類似した概念として，高等学校におけるベクトルの0がある。高等学校の数学教育におけるベクトルは，実質上，有向線分であるから，零ベクトルは，「始点と終点が一致する，大きさ0，方向を考えないベクトル」と定義されているが，正しくは，有向線分そのものをベクトルと考えれば，演算のwell－definednessに問題がある。数学的には，同一の大きさ，同一方向をもつ有向線分を1つの類にまとめたものをベクトルとすべきである。したがって，零ベクトルは，平面（空間）のすべての点のつくる1つの類と考えられる。

その他，記号0で表わされる数学教育の対象として行列の0，0の確率，極限値の計算に用いられる0がある。行列の0は，すべての成分が0からなる行列の意味であり，同じ型の行列のなす加法群の単位元である。確率が0であるということは，空事象に対する確率関数の値が0であることを意味する。

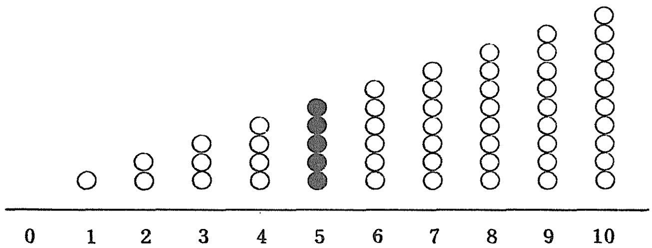
$\lim_{x\to a} f(x)=0$の右辺の0は，$x\to$aのときのf（x）の漸近の目標を示す0で，f（x）が0になることを意味するものではない。また，$\lim_{x\to a\pm 0} f(x)$におけるa±0の0は，xが右，左からaに漸近することを示すための記号にすぎない。

上で考察してきたように，算数・数学教育における記号0の意味とその使用には，個々の教材によって著しい差がみられる。一方，具体的な指導に際しては，それらの差を必ずしも明確に区別させているとはいえない。

2. 数（自然数を中心として）

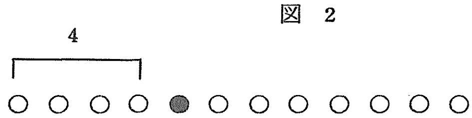
自然数の概念は，小学校第1学年の当初から指導されるが，最初の段階では，自然数のもつ基数，序数の機能の区別がまったくみられない。すなわち，基数を示す数詞の導入が，その数詞の大小の順に行われる。種々の個数の具体物や半具体物のなす集合の濃度の概念構成にあたっては，実際には累加の形がとられるので，基数の概念の中に，序数の概念が混入されてしまう（図1）。たとえば，「5」は「5こ，5本，5まい」等々を半具体物の「まる印」などに置き換え，“「4」を表わすものの次の位置のもの”のように指導される。このことは，五指を用いて数概念を導入することと類似で，純粋な「基数の概念」の指導であるとはいえない。逆に，「なんばんめ」，「じゅんばん」などの教材を使用して，ものの順番を示す整数，すなわち序数が指導されるが，その際，元来の序数の意味としての，1の後者が2，2の後者

図 1



が3，……としては指導されず，図2に示すように，第5番目の「5」は，その前方に「4このもの」が存在することとして指導される。したがって，これも純粋の「序数の概念」の指導とはいえない。数学的には，基数とは，集合の濃度であり，特に小学校段階では，たとえば，集合｛１，２，３，……，１０｝

図 2



と全単射対応する集合のもつ基数は「１０」であり，序数とは集合を整列化したときの型を示す記号であり，集合｛１，２，３，……，１０｝そのものに与えられるものでなく，それを整列化した順序集合，1′－2′－3′－……－１０′（ただし，1′，2′，3′，……，１０′は１，２，３，……，１０のある順列）に与えられる型「１０」であるので，ある種の構造，すなわち，順序をもつ集合を背景にもつ概念である。自然数の導入の初期における具体的指導では，基数・序数の概念の混在は不可避のものであるとしても，将来は，それらが異質の概念であることを明確に意識するための素地を傷つけるおそれのある指導は避けなければならない。

これに関連して，時間を示す整数と時刻を示す整数との区別の指導も明確とは言いきれない。たとえば，「午前6時から3時間たつと何時になりますか」に対して「6時＋3時＝9時」とする指導には問題があろう。すなわち，この場合の「6時」は時刻午前6時から転換して得られる概念，言い換えれば，基準時刻午前0時よりの経過時間を示す。また，得られた「9時」は，時間和の9時間から再び転換して得られる時刻を示す。ここで，時間は上述の基数に対応するものであり，時刻は序数に対応するものである。したがって，この教材は，基数・序数の概念指導の具体例として貴重なものであるから，その指導に当っては十分注意が払われなければならない。少くとも，上の式を（時刻）＋（時間）＝（時刻）とするような指導は避けなければなるまい。計測における測度としての整数にも，基数としての意味，序数としての意味の区別が配慮されなければならない。たとえば，「ものさしの目盛り」は序数に対応するものであり，「もののもつ長さ」は基数に対応するものである。したがって，たとえば「量の和・差」の指導についても，「時間」の指導の場合と同様な注意が必要である。

つぎに，基本的な整数「１」の意味について考察しよう。量を示す１，すなわち，時間，長さ，面積，体積，角度などの単位としての「１」は，個数の単位を示す「１」とは異なる概念である。すなわち，前者は相対的な１であり，後者は絶対的な１である。計測の単位量としての１は，付随する単位名，図表示

などにより児童に異なった概念としてとらえられやすい。したがって具体的な教材の中で，異なった量を「１」とみさせる指導が，現実には，児童に定着しにくい。このことは，数直線，座標軸などの目盛りについても言えることで，たとえば，x軸，y軸の目盛りは常に同一であると考える児童が多い。単位分数の分子の１，仕事算における全体量を表わす１は，いずれも全体を１とみさせるため，児童の直観となじまない概念である。このことは，割合，出会い算，追い越し算などの指導における記号「１」のとらえ方についても同様である。

さらに，割合，百分率の指導では，初めに全体を「１」ととらえさせた後，１割，１％などの単位としての「１」を同時に考えなければならない。たとえば，５４％は「１」の0.５４倍であり，「1」％の54倍，また２割３分は「１」の0.２３倍であり，「1」割の２倍＋「1」分の３倍のような，いくつかの単位の複合概念であることが，児童にとって理解しにくい点であることに留意して指導されなければならないであろう。類似の問題は，量の測定についても言える。たとえば，「２m３０cm」は２つの単位「1」m，「１」cmから構成されている。すなわち，「２m３０cm＝１m×２＋１cm×３０」の意味であるが，１０進記数法の考えの上に，それぞれの単位量をおさえさせる必要がある。

分類・整理をするための整数，たとえば，「３０４号室」，「郵便番号３１０」，「出席簿の番号２０の児童」，「背番号５」，「３丁目５番７号」における３０４，３１０，２０，５，３－５－７は，１０進記数法では包括しえない数による表現といえる。すなわち，これらの数は通常の数字のもつ性格とともに，それが表現する個々のものの特性を含意する。

上でみてきたように，小学校算数教育における整数および整数を借りた表現のもつ多意性に関する指導には，本来それらのもつ概念上の複雑さがあるため，十分な配慮のもとになされたとしても，なお児童に真の意味の定着が必ずしも期待できない不安が残る。

中学校段階で，１０進数以外に５進数，２進数の指導がなされる。５進法は「５ごとに１けた上の位へくり上げて数を表わすしくみ」であるから，同一表現をもった整数でも，１０進法の場合と異なる数を表わすことになる。

また，加法，減法に関連して，数自身に量とともに方向性を与えての指導が行なわれる。たとえば，数直線での「３＋２＝５」の意味は，「原点から右へ３進み，さらに重ねて右へ２進んだ点の位置に対応する数が５である」とされる。「３＋２＝２＋３，（２＋３）＋４＝２＋（３＋４）」などの可換律，結合律は，上記の操作が可換であり，結合的であることを示す。これは，小学校における数直線による加法の指導の際に線分図による方法の発展とも考えられるが，ベクトル的概念による数の把握，すなわちスカラー量の加法に移動の概念を重ねたという意味で，数を動的にとらえさせることといえるだろう。減法による負の数の導入も類似で，たとえば「３－４＝３－（３＋１）＝３－３－１＝０－１」は，原点より３右移動の後，ひき続き４左移動した結果が－１であること，あるいは，右移動と左移動で消し合う部分が０で，左移動１が残ることの形式を示すものにほかならない。これは，数を静的にとらえた場合，正数の集合だけに限れば，減法が一般化できないための数の見方の変換，すなわちベクトル化と解釈できる。他方，たとえば，正負の整数全体のなす集合の代数構造における演算としての加法，減法の立場，あるいは，加法，減法のwell−definednessを考慮する立場からすれば疑義が残るが，数学教育の場では現実的な方法ともいえよう。ただし，数の集合の構造化への指向を何らかの形で考慮して行かなければなるまい。

一方，この時点で，数の絶対値が指導される。「数直線上では，数の符号は，その数が原点からどの向きにあるかを表わし，符号をとり去った数は，０からの距離を表わす。正の数・負の数からその符号＋，

ーをとり去った数を，もとの数の絶対値という」と定義される。小学校段階では，静的なものとして導入された数の間の加法，減法の指導のために，上に述べたように，いったん数に動的な性格を与え。さらに，絶対値の段階で再び静的な性格に戻すわけである。たとえば，｜±3｜＝３のように，静的な数3に対応する動的な数が＋３，－３の２通りであること，また，｜+2｜＝２のように，正の数＋２から「符号＋をとり去った」結果の２を，正数として位置づけることを生徒に理解させることは一般に困難である。特に数を表わす文字ａの絶対値が生徒に定着しにくい原因は，生徒が文字ａ自身は正数を表わすと考えがちであるからと思われる。したがって。ａ＜０の場合，｜ａ｜＝－ａは負の数と考える生徒が多い。このことは。小学校段階では。文字ａの表わす数は常に正数とする指導が習慣化した結果とも考えられよう。また，特にａ＜０の場合，｜ａ｜＝ａのように誤ることが多いのは，上の絶対値の定義を形式的に解釈することがその原因と思われる。

平面上に座標軸を固定した場合。点の位置を示す数の組，すなわち座標は，２数を一組にして，初めて意味をもつ。これと類似の直積集合の元である２数の組は，上の座標を示す２数の組と異なる概念であることを明確に指導する必要があろう。むしろ，直積集合の元は，行列の概念に含まれるものである。

3. 等号・不等号

等号・不等号は小学校低学年から使われる。以下これらの記号の算数・数学教育における意味や使い方について考察する。

当初，等号は加法の指導と関連して導入される。たとえば，「５たす3は８，５＋３＝８」の意味は，５に３を加えた結果は8と「同じ」，「同じになる」ことである。次の段階で，「５＋3□8，５□3＝8」の□に記号を入れさせる指導がある。この場合，等号は左右両辺を「同じにする」ための機能として働く。不等号についても類似で，「１０５は９０より大きいことを１０５＞９０または９０＜１０５とかく」，「4＞3□2，4□3－2」の□に記号を入れさせる。したがって，等号はこの段階では，先験的な意味，すなわち「５＋３」がそのまま「８」であり，「５＋３」が「８」になる事実が先行して，８より小さい数を用いて8を定義することにはならない。元来，８は7の後者，すなわち８＝７＋1で定義されるものであり，１＋７＝８となることは，証明すべき命題である。[6)] この意味では，自然数は先験的存在であり。加法は先験的操作ととらえられていると言えるので，自然数を数学的に構成す指向もなく，加法を数学的演算とみてもいない。不等号についても同様である。算数・数学教育の現実的方法としては，上記の方法による指導もやむをえないと思われるが，適当な数学教育の場で数学的な構成，数学的演算に転換する必要があろう。可換律，結合律における等号の解釈も同様で，２，３の例を通して験証するのみで，数を支配する法則として一般化する。したがって，算数・数学教育におけるこれらの法則は，児童・生徒にとっては数とともにａ ｐｒｉｏｒｉな存在として定着してしまうと言えよう。数学的には，１より出発して，自然数を構成し，そのなす集合に加法・乗法などの演算を定義した結果，それらの諸法則が証明されるという過程がとられる。

単位間の変換に用いられる等号は，左右両辺が「等しくなる」という意味ではなく，左右両辺が「同じ」であるという意味，すなわち，定義のための等号でなければならない。一方，実際の指導では，たとえば「ながいはりが１まわりするのに１じかんかかります」，「みじかいはりは１日になんかいまわるでしょう」などの考察をさせたあと，「１じかん＝６０ぷん」，「１日＝２４じかん」における左右両辺が「等しい」と指導される。長さ，体積の単位の取り扱いにおいても，「ものさしの１cmは，小さいめもりでい

くつにわけてあるでしょう」，「１ℓますに，１ｄℓのますでなん杯の水が入るでしょう」として「１cm＝１０mm」，「１ℓ＝１０ｄℓ」であることを認めさせる指導がみられる。一方，「１mmは１cmをおなじように１０にわけた１つぶんの長さです」，「１０ｄℓを１ℓといいます」のように等号を定義の意味として正しく指導する教科書もある。これらの事情は，他の，角の単位，時間の単位などでも同様である。いずれにしても，単位の変換に用いられる等号は，定義の意味の等号として統一されることが望ましい。

面積，体積などの求積公式，「（長方形の面積）＝（たて）×（横）」。「（平行四辺形の面積）＝（底辺）×（高さ）」，「（直方形の面積）＝（たて）×（横）×（高さ）」などは，それぞれ「（長方形の面積）＝（単位面積）×（たての測度）×（横の測度）」，「（平行四辺形の面積）＝（単位面積）×（底辺の測度）×（高さの測度）」，「（直方体の体積）＝（単位体積）×（たての測度）×（横の測度）×（高さの測度）」の意味であるが，平易化をねらいとするあまり，数学性が後退してしまう例と言える。ここでの等号の意味は，定義の意味に使われているので，計算のためのみの等号にせばめられることは問題であろう。これに関連して，単位名をもつ量の間の四則で，たとえば「２g＋３g＝５g」，「２cm×３cm×４cm＝２４cm³」などの表現は。ある意味では数学的でないので。測度間の計算として数の間の計算に還元させる指導を望みたい。

図形の指導にみられる等号の使用例として，「三角形ＡＢＣにおいて。Ａ＝６０°，ＡＢ＝６cm」，「平行四辺形ＡＢＣＤにおいては　ＡＢ＝ＣＤ」，「△ＡＢＣ＝△A'B'C'」，「半径＝５cm」などがあるが，この場合の等号は，左辺と右辺がまったく同じであるという意味はなく，左辺または両辺の図形がもつ特定の測度を抽出したものの値に関する等式であることに注意する必要がある。

小学校高学年における分数指導で「$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}$」は，量（線分の長さ）を用いて，それぞれの分数に対応する量が等しいこととされる。$\frac{1}{2}$はある量の半分の量であり，$\frac{2}{4}$はある量の$\frac{1}{4}$を２こ集めたもの，等々であるから，概念としては，$\frac{1}{2}$と$\frac{2}{4}$は異なるものとみられる。また，数学的には，$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{4}$などは同一の類の異なる代表と考えるのであるから，ここでの等号は同値関係にほかならない。一方，「分数を用いると，わり算の結果が正しくあらわせます」として「$2\div 3=\frac{2}{3}$」とする指導と，等式「$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$」の指導との間には隔りがあり，その間をなんらかの方法で埋める必要がある。なお，量を用いて分数を導入する結果，量を表わす分数を数としての分数（小数化）に転換する指導は，やや粗雑であると言えよう。

２つの多項式が等しいときは，それらの多項式の形式がまったく一致すること，たとえば「$ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$」とは「$a=a'$，$b=b'$，$c=c'$」の意味である。２つの分数式が等しいときは，分数の場合と同様に，ある同値関係による類別において，それら２つの分数式が同一類に属すること。たとえば「$\frac{a(x)}{b(x)}=\frac{c(x)}{d(x)}$」とは「$a(x)\,d(x)=b(x)\,c(x)$」の意味である。[7] 一方，方程式$f(x)=0$における等号は，解集合$\{x \mid f(x)=0\}$における条件を示すものである。不等号について同様の解釈ができる。また，２つの関数$f(x)$，$g(x)$が等しいとは，それらの関数が，同一定義域をもち，かつ，定義域内のすべての変数xについて，xに対応する関数値$f(x)$，$g(x)$が等しいことを意味する。実際の指導の場では，これら等号・不等号の意味が不明確のまま使用されていることが多い。このことは，関数指導に影響が大きいので特に注意を必要としよう。

これら以外に，算数・数学教育に用いられる等号の使用例として次のいくつが考えられよう。整数間の除法における「あまりのあるわり算」について，たとえば「２１こを４人に同じ数ずつわけると，５こずつにわけられて，１こあまります。このことを式に書くと，２１÷４＝５あまり１」または「２１÷４＝５……１」とも表現するとされている。ここでの等式の意味は，「２１＝５×４＋１」であり，左辺は演算を示す式で，右辺とまったく同じ概念とは言えないので便宜的な記号と解釈できる。測定値の計算にお

いて，「３４×６５.７＝３４×６６＝2,２００」は，真の値が３３.５×６５.６５以上３４.５×６５.７５未満であることを示す不等式で表示される関係の簡略化である。また，「比と比の値」における「a：b＝c：d」，「a：b＝$\frac{a}{b}$」は，比そのものの間，または，比と数値の間の等式ではなく，比の値である数値間の等式である。代入における，「a＝３のとき，a×１２＋８の値」，「x^4-y^4の因数分解で，x^2＝X，y^2＝Yと置き換えて考える」などは，それぞれ，変数の特定値を指定しての関数値，合成関数の概念の利用に深く関連する等号の使用例であろう。「数列・関数の極限」に関する教材で見られる，「$\lim_{n\to\infty} a_n = a$，$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$」は，それぞれ，$n\to\infty$，$x\to a$のときの$\{a_n\}$，$f(x)$が収束する目標値が，それぞれa，f（a）であることを示す状態方程式とも言えよう。したがって，ここでの等号には，相等の概念はまったく含まれない。不定積分における，「$\int(2x+1)dx=x^2+x$」における等号は，同値関係を示すものであるが，同値関係については，あとで詳しく調べる予定である。最後に，記号論理における，「$\overline{p\wedge q}=\overline{p}\vee\overline{q}$」は両辺の真偽値が常に一致することを示すものであり，この意味では関数の相等と同じ意味の等号と言えよう。

あ　と　が　き

算数・数学教育の中で取り扱われる用語・記号のうち，数（特に，０と自然数），等号・不等号の意味や用いられ方について考察してきた。しかし，上でも指摘したように多くの問題点が見られる。なお，この他にも算数・数学教育では種々の用語・記号が用いられる。今回取り上げなかったものについては，他の機会に考察を進めることとする。

参　考　文　献

１）　小学校指導書　算数編，文部省，昭和４４年５月
　　　中学校指導書　数学編，文部省，昭和４５年５月
　　　高等学校学習指導要領解説　数学・理科編，文部省，１９７２
２）　小学校算数教科書（６社），以下「………」は教科書よりの引用
３）　零の発見，吉田洋一著，岩波書店，昭和４３年
４）　中学校数学教科書（６社）
５）　高等学校数学教科書（１３社）
６）　数の概念，高木貞治著，岩波書店，昭和４５年
　　　Landau, E., Grundlagen der Analysis, Akademische Verlagsgesellschaft, 1930
７）　環論入門，宮田龍雄著，槇書店，１９６９
　　　体論入門，宮田龍雄著，槇書店，１９７３