

低圧領域における摩擦現象*

—静摩擦係数のばらつきと圧力特性—

林 尚 孝

Friction of Solids at Low Pressure

—Variation and pressure characteristics of coefficient of static friction—

NAOTAKA HAYASHI

1. ま え が き

固体2表面間の摩擦については、一般に広い範囲の条件下でいわゆるアモンソン(Amontons)の法則あるいはクーロン(Coulomb)の法則が成立するとされている。このクーロンの経験則は現実の多くの摩擦現象を的確にかつ単純な表現で示しているため、これまでよく用いられてきた。Bowden¹⁾らは、金属の凝着理論から、クーロンの法則の成立する機構をあきらかにしている。しかし、近年になってクーロンの法則にしたがわない摩擦現象が存在することが指摘され、摩擦の専門家にはクーロンの法則が必ずしも全面的に成立するものでないことは常識であるという²⁾。

摩擦現象においては、二面間の潤滑状態と荷重特性が重視される。すなわち、二面間の接触状態と、それにもとづく材料の破壊現象として摩擦現象はとらえられている。

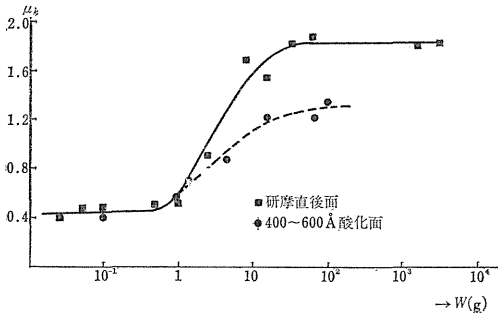
クーロンの法則にしたがわない摩擦現象として、いちじるしい高荷重・低荷重あるいは高・低速の条件があげられている。ここで問題としてとりあげる荷重依存性についてみれば、高荷重下での摩擦特性については報告が多い。それに対し低荷重条件下での摩擦特性についての報告はすくない。

クーロンの法則にしたがわない摩擦現象として注目されたものに、工具——被削材間などにみられる高温・高圧下での金属面間の摩擦特性がある。たとえば、S. J. Dokos³⁾は、ピンディスク装置を用いて鋼の高圧下での摩擦特性について、摩擦後の表面状態を観察することなどによって検討し、高圧下ではクーロンの法則にしたが

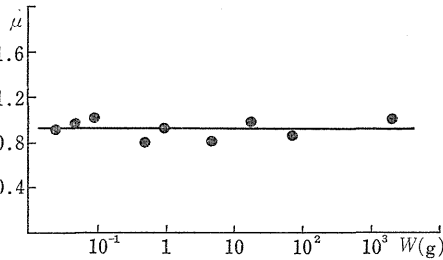
わない現象が存在することを示している。M. C. Shaw⁴⁾は、表面の皮下層流れの摩擦係数に対する影響について検討し、金属接触部におけるせん断応力と垂直応力 σ の関係は、i)表面の微小突起のみが塑性流動する領域、ii)全体が塑性流動する領域、iii)真実接触面積が完全に見かけの接触面積に一致する領域、によって異なり、クーロンの法則はi)の領域においてのみ成立し、 σ の大きい条件下においてはこの法則は成立しないことを示している。このほか、R. Lauterbach⁵⁾、R. E. Riecker⁶⁾は、いずれも高圧下における摩擦係数の荷重依存性すなわちクーロンの法則よりのはずれを報告している。これらの各研究を総合してみると、高圧下における摩擦係数の荷重依存性は材料の皮下層の塑性流れによる材料のせん断強さの低下によるものといえる。

高温・高圧下における摩擦機構および摩擦係数の荷重依存性についての報告はかなり多いのに対し、軽荷重、低接触面圧下での摩擦特性についての研究はあつかである。しかも、その結果はかならずしも一致せず、軽荷重領域での摩擦現象についての研究手法も確立してはいえない。たとえば、J. R. Whitehead⁷⁾は、ピンディスク装置を用いて実験し、銅と銅のばあいには第1図のような荷重依存性を示しクーロンの法則は成立しないのに対し、銀と銀などでは第2図のようにクーロンの法則は成立するとしている。さらに、第11図のように2面間に潤滑膜があるばあいは、荷重の増加につれ摩擦係数は低下し、そのばらつきも減小することを報告している。のちに考察するように、ピンディスク装置を用いること自体、接触面圧力を無視することになりクーロンの法則を前提とした実験をおこなっていることになる。乾性摩擦機構を研究したI. V. Kraghelsky⁸⁾の報告の中には第3図のように軽荷重領域で摩擦係数は増加することが

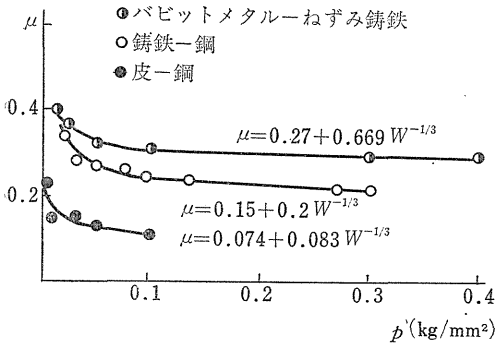
* 本研究は東京大学農学部への学位請求論文「息角による粉体物性の確率論的研究」の一部である



第1図 電気研摩銅と銅の摩擦 (Whitehead, 1950)



第2図 銀と銀の摩擦 (Whitehead, 1950)



第3図 摩擦係数の荷重特性 (Kraghelsky)

示され、第(1)式の形の実験式をみちびいている。

$$\mu = a + bW^{-1/3} \dots\dots\dots(1)$$

そのほか、J. S. McFarlane および Tabor¹⁸⁾ が軽荷重領域での摩擦係数の荷重依存性について報告している。これらの研究を総合してみると、低接触面圧下での摩擦現象は、いわゆるよごれ膜あるいは酸化膜などの表面膜の影響や表面の微小突起の形状の影響などをいちじるしく受けるため、きわめて複雑な挙動を示すものと考えられる。

クーロンの法則は速度についても規定しているが、速度依存性の問題については、ここでは触れないことにする。

ファインマン³⁶⁾の指摘するように、摩擦現象はなめら

かな運動とはいえず、摩擦係数のいちじるしい変動をとまなう。クーロンの法則は平均摩擦係数についてのべているだけで、摩擦現象のばらつきについては触れていない。この摩擦係数のばらつきを取扱ったものはきわめてわずかである。第11図に示したように J. R. Whitehead³⁴⁾は潤滑膜のあるばあい、軽荷重領域でいちじるしいばらつきがある事実をのべている。摩擦係数のばらつきを本格的に取りあげたのは、曾田^{23), 24)}である。曾田は、摩擦係数のばらつきをポアソン分布と考えたが、荷重依存性との関係については深く掘り下げてはいない。このほか、木下¹⁸⁾の研究でも摩擦係数のばらつきについて触れている。これまでの報告についてみると、摩擦現象のばらつきについて触れたものはきわめて少なく、ばらつきの分布形や荷重特性についての知見はきわめてわずかであるといつてよい。

著者は、粉体物性を示すと考えられている息角 (angle of repose) について研究をおこなってきた。息角は、粉体の堆積の表層での摩擦現象の結果として形成されると考えられる^{5), 30)}。しかし、いわゆるクーロンの法則を前提には考えられない現象がみられる。すなわち、測定装置の大きさに依存する寸法効果や測定値のいちじるしいばらつきなどがそれである³⁾。

粉体のかさ密度は、2g/cc 前後と考えてよい。表層より1cmの深さをかりに考えれば、見かけの面圧は2g/cm²となる。これまでの研究では、このような低接触面圧については、曾田^{23), 24)}と木下¹⁸⁾の研究があるだけである。曾田らは、摩擦係数のばらつきに触れているが、荷重特性すなわちクーロンの法則との関係は論じていない。木下らは、クーロンの法則が成立すると結論をしているけれど、ばらつきの分布については触れていない。

筆者は、クーロンの摩擦法則が成立しないと考えられる低圧領域での摩擦現象を、以下にとりあげることにする。息角との関連から、傾斜法による静摩擦係数の測定をおこない、そのばらつきの分布形と圧力特性について論ずる。静摩擦係数を選定したもうひとつの理由は、ばらつきの測定結果の意味がきわらかであると同時に摩擦面の摩耗の影響を避けられるからである。また材料としては、ガラス平面を用いている。

2. クーロンの摩擦法則

クーロンの摩擦法則はきわめて広い領域で成立し、かつ簡明な式であらわされるため、摩擦現象を考えるさいのひとつの基準と考えられる。しかし、クーロンの法則とよばれているものはクーロン自身の研究を後世の研究

者が定式化した²⁷⁾ために若干の混乱がある。たとえば、土質力学でいうクーロンの式と固体間の摩擦法則であるクーロンの式は、同根でありながら、ちがった形で表現されている。以下に、ふたつのクーロンの式について整理をしておきたい。

2.1 固体間の摩擦 固体間の摩擦について有名なクーロンの摩擦法則を箇条書きにすればつぎのようになる²⁷⁾。

(i) 摩擦力 F は摩擦面に働く垂直力 P に比例し、見かけの接触面積の大小には関係しない。

(ii) 動摩擦力は、すべり速度の大小には関係しない。

(iii) 静摩擦力は動摩擦力よりも大きい。

これらの実験法則は、クーロンの法則またはアモントンの法則、あるいはアモントン・クーロンの法則とよばれている。(i) について、つぎの式が用いられる。

$$F = \mu \cdot P \dots\dots\dots(2)$$

ここで F は摩擦力、 P は摩擦面に対する垂直力、 μ は摩擦係数をあらわす。

(2) 式であらわされるクーロンの法則を、混乱をさけるためにアモントンの法則とよび、(2) 式をアモントンの式とよぶことにする。

2.2 土質力学におけるクーロンの式 土質力学では、垂直応力とせん断力との関係は次式であらわされ、クーロンの式とよばれている^{30), 31)}。

$$\tau = \sigma \tan \phi + c \dots\dots\dots(3)$$

(3) 式の内部摩擦係数 $\tan \phi$ を μ_1 とおきかえ、応力を力量の形で書きかえれば、(3) 式はつぎのように書くことができる。

$$F = \mu_1 P + C \dots\dots\dots(4)$$

(4) 式は、せん断力をせん断面の摩擦力と考えていることを示している。

クーロンの提出した式の原型は (4) 式の形であったが、 $C=0$ とすれば (2) 式となる。クーロンは $C \neq 0$ を例外的に考えていたので、後の研究者は (2) 式を固体摩擦に関するクーロンの式とした。一方、土質力学ではクーロンの提出した (4) 式の変形である (3) 式をクーロンの式とよんでいる。

曾田²⁷⁾は、粘着力 C の意義を確立した点では、(4) 式にはクーロンよりピンチ (S. Vince) の名がつけられるべきだとしている。混乱をさけるために、以下では曾田の指摘にしたがい (4) 式をピンチの式とよぶ。

2.3 アモントンの式とピンチの式 アモントンの式では μ を定数と考え、ピンチの式では μ_1 を定数としている。 μ と μ_1 との関係について検討すると、(2) 式と (4) 式とから次の関係が成立する。

$$\mu = \mu_1 + C/P \dots\dots\dots(5)$$

(5) 式から、 μ 、 μ_1 がともに定数となることはありえない。 μ_1 を定数と考えれば、(5) 式から P が C にくらべてきわめて小さいときには μ は非常に大きくなり、 P が増加するにつれ μ は μ_1 に近づくことになる。

2.4 クーロンの式の適用をめぐる混乱 粉体表面の内部摩擦を考えるばあい、アモントンの式をとるかピンチの式をとるか議論が分れる。

粘着力 C がはっきり存在する土壌のようなばあいには (3) 式あるいは (4) 式を適用することには異論がない。問題は、砂のようなサラサラした粘着力がない粉体についてである。九里¹⁰⁾は、粉体粒子間にはピンチ式が成立し、付着力のない粉体ではアモントンの式が成立するとしている。一般に九里に代表される考え方が有力で、粘着力のない粉体での息角についてアモントンの式から説明がおこなわれている^{30), 31)}。

しかし、さきに述べたように垂直力のきわめて小さな領域ではアモントンの式はかならずしも成立しない。曾田²⁷⁾は、この領域での摩擦現象はアモントンの式の例外部分としてあつかうべきであるとする。もし、ピンチの式で $C \neq 0$ ならば、粉体表面での摩擦現象のような低圧領域での現象にはアモントンの式は適用できない。

以上のように、ピンチの式がはたして成立するのかわるか、アモントンの式とピンチの式を分ける粘着力項 C の意味をどう考えるべきか、またどのような領域でアモントンの式が成立するのか、などの点は明確でない。粉体についてみれば、ふたつのクーロンの式の適用をめぐる大きな混乱があるといえる。

すくなくとも、付着力のない低圧領域での固体 2 面間の摩擦実験をおこなうことは、これらの疑問を解明する上で重要である。

3. ガラス平面間の静摩擦実験

3.1 はじめに 実験は、アモントンの式あるいはピンチの式にとらわれず、低圧領域における摩擦現象の法則性をあきらかにする目的でおこなわれた。とくに、摩擦現象を、ばらつきをとまなう固体表面の破壊現象と考え、平均値だけではなくばらつきの分布形にも注目した。実験の特徴を箇条書きにすれば、つぎのようになる。

(1) 統計的・確率的手法の適用 従来の研究では、摩擦現象のばらつきについてはあまり報告が多くないことは先にのべた。またアモントンの式もクーロンの式も平均値だけを対象として考えられている。著者は、一定圧力 (荷重) 下での静摩擦係数のばらつきの分布形を取りあげると同時に、圧力 (荷重) を変えたとき、ばらつ

きと平均値がどのように変化するかをも追求した。したがって、実験は統計的、確率的に組み立てられている。

(2) 圧力範囲 実験は、 $18 \times 18 \text{ mm}$ のスライダについて荷重 $0.12 \sim 781.5 \text{ g}$ の範囲でおこなった。したがって、見かけの接触圧力範囲は、約 $0.04 \sim 241 \text{ g/cm}^2$ となる。クーロンの実験は、 $0.08 \sim 50 \text{ kg/cm}^2$ でおこなわれており、最低圧力についてみればクーロンの実験より $1/2000$ 倍である²⁷⁾。Whitehead³⁴⁾ の実験では、荷重 $10^{-2} \sim 10^4 \text{ g}$ の範囲であるが、半径 0.4 mm の半球形のピンヘッドを用いているので、かなり高い接触圧力になっていると考えてよい。そのほか軽荷重での報告には、Kraghelsky¹⁴⁾、加藤ら¹¹⁾、曾田ら^{33), 34)}、木下ら¹³⁾ があるが、筆者のおこなった実験は、これらの研究の中でもっとも低い接触圧力を含んでいると考えてさしつかえない。

(3) 実験の再現性 摩擦現象において実験の再現性を期するためには、表面の幾何学的形状とよごれ膜・潤滑膜の厚さの双方のばらつき方などの同一性を重視しなければならない。

i) 表面の幾何学的形状と摩擦 木下ら¹³⁾によればガラス平面のばあい同一摩擦面でも5回いどの測定では摩擦係数に対して摩擦の影響はないという。統計的手法をとる以上表面の幾何学的形状が同一の材料を大量にそろえることが必要となる。

ii) 表面のよごれ膜と潤滑膜 摩擦現象が表面の酸化層の厚さや潤滑膜の種類と厚さによって左右されることはよく知られている。金属材料を用いたばあい酸化層の影響をさけることはむずかしい。

以上の2要因を考えると、入手しやすく幾何学的表面形状が一定の材料としてはガラスがもっともよい。予備実験の結果からみると、摩擦の影響は予想以上大きいので、1回ごとに新しい摩擦面を用いた方がよい。これらの理由から、光学顕微鏡用カバーガラスとスライドガラスを用いた。実験結果からみて、かなりよい再現性がえられたといえる。

ガラスを用いた他の理由としては、砂などの粉体と類似の材質のためである。

(4) 静摩擦係数の測定 動摩擦係数の測定では、

- i) 摩擦係数そのものを定義しにくいし、
 - ii) 摩擦係数のばらつきを表現できない、
 - iii) 摩擦面での摩擦の影響を防ぎにくい、
- などの問題がある。静摩擦係数の測定では、これらのことが問題外となる。

3.2 実験材料および方法

3.2.1 実験材料 入手しやすくまた一定の平面性

をもつと考えられる光学顕微鏡用カバーガラス1号 ($18 \times 18 \times 0.15 \text{ mm}$, 約 0.12 g) とスライドガラス1号 ($76 \times 28 \times 0.8 \text{ mm}$) を用いた。スライドガラスを傾斜板に固定し、その上にカバーガラスをおいてスライダとした。

ガラスには塑性がなく、ばりなどの突起は考えられない。したがって、カバーガラスは面取りなどをとくにおこなわず、市販のものをそのまま用いた。

3.2.2 圧力(荷重)範囲 底面に薄いゴムをはった鋼製円柱 (30ϕ) 6種類を荷重として用い、カバーガラス重量とおもり重量の和をスライダ重量 $W(\text{g})$ とする。当初のスライダ重量は、 0.12 (カバーガラスのみ)、 2.92 、 6.02 、 11.82 、 25.82 、 53.72 、 100.42 g の7種類であった。その後、実験の再現性と圧力範囲をより広くするための追実験をおこない、 0.12 、 1.12 、 781.5 g のスライダ重量についてデータをえた。なお、 781.5 g のスライダ重量は鉛製の円柱を用いた。

したがって、見かけの接触圧力 $p(\text{g/cm}^2)$ に換算すれば、約 $0.04 \sim 241 \text{ g/cm}^2$ の範囲となる。低圧力領域では、見かけの接触圧力が摩擦特性と密接な関係をもつものと考えられる。しかし、この実験では一定のスライダ面積で実験をしているため、スライダ重量 $W(\text{g})$ で実験結果を表示することにする。

3.2.3 表面清浄法 表面のよごれ膜の状態により平均静摩擦係数 $\bar{\mu}$ の大きさはいちじるしく変る。木下ら¹³⁾は $\bar{\mu}$ のちがいでによってガラス表面のよごれのことを表現しようとし、いくつかの清浄法を用いて表面処理をおこなっている。著者は、これらの方法の中から、もっとも手軽な拭き上げ法(エーテル・アルコール法)を用いた。拭き上げ法では、用いるふきんのよごれが無視できない要因である。著者は、光学レンズ工場で用いられているレンズペーパー(精密用シルボン紙)を用いた。

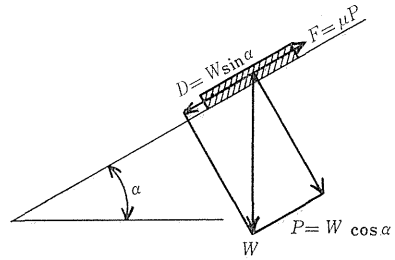
著者のとくに留意した点は、表面のよごれを取り去ることよりも、よごれの状態を一定にすることであった。大気中で表面のよごれを完全に取り去ることはむずかしく、大気中では表面がよごれている状態の方がいっばんと考えられるからである。したがって、カバーガラスとスライドガラスの表面状態は、ふつうの自然状態からみればきわめて「きれいな」表面状態であるけれど、微視的には表面によごれの層がある境界摩擦の領域で実験はおこなわれたと考える。おそらく、曾田ら³³⁾の時計皿での乾燥摩擦あるいは、加藤ら¹¹⁾の乾性摩擦に相当する表面の状態であろう。

3.2.4 実験のふん囲気 大気中の水蒸気や浮遊物の影響をさけるため、温度 20°C 、湿度 65% の恒温恒湿実験室において実験をおこない、実験中はナイロン製

白手袋を着用し、手のよごれの影響を防いだ。

3・2・5 測定方法と誤差 静摩擦係数の測定には傾斜法を用いた。1 rpm サーボモータ（日本サーボモータ KK 製 A-1 型）の軸から歯車列で減速した傾斜板（ $\omega = 0.5^\circ/\text{sec}$ ）上にスライドグラスを固定し、その上にカバーグラスをおいてスライドとした。なお、バックラッシュの影響をさけるため傾斜板の一端にカウンタウェイトをつけ、サーボモータをブレーキとして用いた。

第 4 図のように、傾斜角 α のときすべり面に働らく垂



第 4 図 傾斜角と摩擦係数の関係

第 1 表 μ_s の測定結果 (1)

$W = 0.12 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3	4	5
回					
1	0.487	0.503	0.587	0.752	0.405
2	0.669	1.139	0.415	0.980	
3	0.467	0.609	0.300	0.768	
4	0.504	0.395	0.408	0.294	
5	0.489	0.394	0.619	0.514	
6	0.367	0.615	0.347	0.523	
7	0.404	0.412	0.631	0.507	
8	0.714	0.552	0.350	0.506	
9	0.636	0.692	0.732	0.370	
10	0.425	0.522	0.529	0.745	
$\bar{\mu}_s$	0.516	0.583	0.491	0.596	
s	0.1174	0.0482	0.0216	0.2092	

$N_s = 41$

$\bar{\mu}_s = 0.543, \quad s = 0.1763$

第 2 表 μ_s の測定結果 (2)

$W = 2.92 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3	4
回				
1	0.337	0.506	0.424	0.371
2	0.511	0.275	0.471	0.407
3	0.517	0.456	0.382	0.314
4	0.388	0.364	0.328	0.330
5	0.433	0.346	0.272	0.633
6	0.277	0.395	0.319	0.461
7	0.311	0.508	0.356	0.276
8	0.273	0.402	0.349	
9	0.422	0.350	0.494	
10	0.311	0.361	0.389	
$\bar{\mu}_s$	0.378	0.396	0.378	0.399
s	0.0906	0.0744	0.0690	0.1201

$N_s = 37$

$\bar{\mu}_s = 0.387, \quad s = 0.0844$

第 3 表 μ_s の測定結果 (3)

$W = 6.02 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3	4	5
回					
1	0.371	0.462	0.438	0.298	0.388
2	0.364	0.432	0.265	0.314	0.467
3	0.334	0.303	0.391	0.322	
4	0.495	0.320	0.325	0.278	
5	0.299	0.472	0.256	0.300	
6	0.380	0.407	0.431	0.368	
7	0.295	0.320	0.512	0.336	
8	0.254	0.262	0.366	0.445	
9	0.304	0.335	0.688	0.259	
10	0.314	0.276	0.292	0.292	
$\bar{\mu}_s$	0.341	0.359	0.396	0.321	
s	0.0699	0.0775	0.1313	0.0531	

$N_s = 42$

$\bar{\mu}_s = 0.358, \quad s = 0.0882$

第 4 表 μ_s の測定結果 (4)

$W = 11.82 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3
回			
1	0.366	0.406	0.293
2	0.391	0.340	0.324
3	0.338	0.393	0.362
4	0.339	0.343	0.271
5	0.299	0.247	0.373
6	0.436	0.348	0.329
7	0.388	0.349	0.470
8	0.418	0.475	0.368
9	0.230	0.337	0.321
10	0.530	0.426	
$\bar{\mu}_s$	0.374	0.366	0.346
s	0.0813	0.0620	0.0578

$N_s = 29$

$\bar{\mu}_s = 0.362, \quad s = 0.0668$

直力 P とこれにもとづく摩擦力 F ，すべり面に沿って下方に働く力 D とスライダ重量 W との関係は示される。 α が増加し、 $D \geq F$ となればスライダはすべり出す。このときの傾斜角 α から $\mu_s = \tan \alpha$ として、静摩擦係数 μ_s を求める。

傾斜法を用いると傾斜角 α の増加につれてすべり面に対する垂直力 P は $\sin \alpha$ に比例して減少する。したがって、接触面圧力は一定とはならず荷重特性を論ずるうえに問題はあつた。しかし、実験結果からみると $\sin \theta$ の範

囲は実験全体として $0.22 \leq \sin \theta \leq 0.75$ となり荷重の変化は 3.5 倍以内である。 $W \geq 2.92 \text{ g}$ の範囲では、 $0.22 < \sin \theta < 0.57$ であり、一定のスライダ重量下で生ずる接触圧力の範囲が、他のスライダ重量でのそれと重なり合うことはほとんどない。

α の読み取り誤差は $\pm 5'$ であり、 $15'$ 以上のばらつきは実験誤差以外の原因で生ずるものといつてよい。ただし、ガラス表面の凹凸状態やよごれ膜の厚さのばらつきは摩擦現象と切り離せない要因であり、実験誤差とする

第5表 μ_s の測定結果 (5)

$W=25.82 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3	4
回				
1	0.317	0.309	0.239	0.429
2	0.346	0.382	0.356	0.348
3	0.488	0.377	0.354	0.273
4	0.333	0.401	0.318	0.419
5	0.406	0.288	0.444	0.482
6	0.424	0.287	0.325	0.502
7	0.401	0.325	0.349	0.275
8	0.304	0.371	0.337	0.304
9	0.353	0.393	0.343	
10	0.400	0.464	0.246	
$\bar{\mu}_s$	0.377	0.360	0.331	0.379
s	0.0566	0.0566	0.0580	0.0914

$N_s=38$

$\bar{\mu}_s=0.361, \quad s=0.0659$

第6表 μ_s の測定結果 (6)

$W=53.72 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3
回			
1	0.372	0.425	0.311
2	0.318	0.367	0.362
3	0.367	0.355	0.355
4	0.330	0.290	0.399
5	0.255	0.342	0.366
6	0.304	0.297	0.339
7	0.242	0.268	
8	0.429	0.353	
9	0.278	0.340	
10	0.459	0.359	
$\bar{\mu}_s$	0.335	0.340	0.355
s	0.0716	0.0450	0.0293

$N_s=28$

$\bar{\mu}_s=0.342, \quad s=0.0530$

第7表 μ_s の測定結果 (7)

$W=100.42 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3	4
回				
1	0.441	0.330	0.318	0.368
2	0.353	0.283	0.348	0.327
3	0.224	0.290	0.263	0.333
4	0.410	0.373	0.358	0.316
5	0.353	0.395	0.324	0.360
6	0.350	0.335	0.360	0.323
7	0.389	0.326	0.311	0.280
8	0.302	0.372	0.346	0.313
9	0.300	0.306	0.400	
10	0.337	0.382	0.379	
$\bar{\mu}_s$	0.346	0.339	0.341	0.328
s	0.0616	0.0396	0.0387	0.0276

$N_s=38$

$\bar{\mu}_s=0.339, \quad s=0.0431$

第8表 μ_s の測定結果 (8)

$W=0.12 \text{ g}$

シリーズ	1	2	3	4
回				
1	0.718	0.559	0.509	0.487
2	0.525	1.005	0.366	0.567
3	0.647	0.630	0.547	0.451
4	0.613	0.502	0.653	0.518
5	0.383	0.716	0.415	0.591
6	0.618	0.471	0.649	0.410
7	0.625	0.269	0.544	0.578
8	0.878	0.350	0.589	0.607
9	0.864	0.669	0.541	0.485
10	0.582	0.379	0.517	0.275
$\bar{\mu}_s$	0.645	0.555	0.533	0.497
s	0.1479	0.2139	0.0907	0.1011

$N_s=40$

$\bar{\mu}_s=0.558, \quad s=0.1514$

ことはできない。

3・2・6 測定順序のランダム化 はじめの実験では荷重7種類について、追加実験では荷重3種類について測定順序をランダムに定め荷重以外の要因によるばらつきを防ぐようにした。測定終了後荷重ごとにデータを取りまとめた。

3・3 実験結果および考察

3・3・1 測定結果とそのまとめ この研究では測定値のばらつきをとくに問題としているので、各荷重ごとの測定データを、第1表から第10表に示す。

第1表は、カバーガラスのみをスライダとしたばあい ($W=0.12\text{g}$) の測定結果である。測定誤差とはとうてい

考えられない、いちじるしいばらつきが認められる。

第11表は、第1表～第10表のデータについて、実験標本数 N_s 、平均静摩擦係数 $\bar{\mu}_s$ 、静摩擦係数の不偏分散の平方根 s 、最小値と最大値、 t 分布による95%信頼区間の項目ごとにとりまとめた。

3・3・2 実験の再現性 第1表と第8表は、ともに $W=0.12\text{g}$ での測定結果であり、実験の再現性を検討することができる。まず $\bar{\mu}_s$ についてみると両者の差は0.015であり、2～3%のちがいである。第11表の t 分布による95%信頼区間からみて、このふたつの平均値の間には有意差がない。

つぎに s についてみると、両者の s の間には15～16%

第9表 μ_s の測定結果 (9)

$W=1.12\text{g}$

シリーズ 回	1	2	3	4	5
1	0.466	0.405	0.423	0.388	0.434
2	0.708	0.299	0.411	0.508	
3	0.669	0.377	0.440	0.525	
4	0.503	0.522	0.462	0.306	
5	0.522	0.382	0.387	0.299	
6	0.404	0.391	0.360	0.423	
7	0.563	0.440	0.455	0.377	
8	0.476	0.449	0.392	0.503	
9	0.375	0.487	0.402	0.414	
10	0.533	0.394	0.449	0.470	
$\bar{\mu}_s$	0.591	0.411	0.418	0.421	
s	0.1050	0.0666	0.0335	0.0808	

$N_s=41$

$\bar{\mu}_s=0.443, s=0.0854$

第10表 μ_s の測定結果 (10)

$W=781.5\text{g}$

シリーズ 回	1	2	3	4
1	0.237	0.351	0.381	0.323
2	0.234	0.322	0.431	0.284
3	0.320	0.364	0.364	0.311
4	0.269	0.327	0.388	0.399
5	0.304	0.321	0.296	0.479
6	0.368	0.354	0.235	0.410
7	0.304	0.364	0.288	0.386
8	0.351	0.327	0.347	0.376
9	0.358	0.412	0.311	0.346
10	0.330	0.345	0.345	
$\bar{\mu}_s$	0.308	0.349	0.339	0.370
s	0.0479	0.0278	0.0572	0.0601

$N_s=39$

$\bar{\mu}_s=0.341, s=0.0527$

第11表 実験結果のまとめ

スライダの重さ $W(\text{g})$	標本数 $N_s(\text{回})$	平均静摩擦係数 $\bar{\mu}_s$	標準偏差 s	極 値		t 分布による $\bar{\mu}_s$ の 95% 信頼区間
				最 小 値	最 大 値	
0.12	41	0.543	0.1763	0.294	1.139	0.599～0.488
2.92	37	0.387	0.0844	0.272	0.633	0.415～0.359
6.02	42	0.358	0.0882	0.254	0.688	0.385～0.330
11.82	29	0.362	0.0668	0.230	0.530	0.388～0.337
25.82	38	0.361	0.0659	0.239	0.502	0.383～0.339
53.72	26	0.342	0.0530	0.242	0.459	0.363～0.320
100.42	38	0.339	0.0431	0.224	0.441	0.353～0.325
0.12	40	0.558	0.1514	0.269	1.005	0.606～0.510
1.12	41	0.443	0.0854	0.299	0.708	0.471～0.415
781.5	39	0.341	0.0527	0.234	0.431	0.362～0.320

の差がみられる。いっばんに s の精度をあげるためには、標本数を数百のけたにすべきであるといわれる^{17),19)}。正規分布の不偏分散 σ^2 についての推定はカイ 2 乗分布により可能である。実験結果の分布は正規分布ではないのでカイ 2 乗分布を適用することには多少問題があるが、 $N_s=41$, $s=0.1763$ の 95% 信頼区間をカイ 2 乗分布から求めれば、 $0.1447 < \sigma < 0.2255$ となり、再実験の結果えられた $s=0.1514$ は有意差がないといえる。

3.3.3 アモントンの式について アモントンの法則は、 W とは無関係に $\bar{\mu}_s$ は一定であることをその基本としている。はじめにアモントンの式の成立について、 $\bar{\mu}_s$ と W との関係を検討する。

実験でえられたばらつきは正規分布をしていないので、 t 分布による平均値検定を適用することには多少問題はある。しかし、軽荷重の結果を除けば、正規分布にきわめて近いばらつきを示しているので、 t 分布による平均値の差を検定しても大きな誤りはない。

t 分布による $\bar{\mu}_s$ の 95% 信頼区間についてみると、 $W=100.42\text{ g}$ で信頼区間の幅はもっとも狭く、 $0.353 \geq \bar{\mu}_s \geq 0.325$ となっている。この範囲に入らない $\bar{\mu}_s$ は有意差があると考えられるから、 $W \leq 25.82\text{ g}$ のスライダ重量の $\bar{\mu}_s$ は有意差がある。これに対し、 $53.72 \leq W \leq 781.5\text{ g}$ のスライダでは、平均値の間に有意差が認められない。

以上の結果から、筆者のおこなった実験では、 $50 < W < 800\text{ g}$ の荷重範囲でアモントンの法則は成立し、 $W < 25\text{ g}$ の荷重範囲でアモントンの法則が成立しないことがあきらかである。見かけの接触圧力でいえば、 $p=8 \sim 15\text{ g/cm}^2$ あたりにアモントンの法則の成立下限があるといえる。

3.3.4 W と $\bar{\mu}_s$, s との関係 前項ではたんに平均値間の有意差についてだけを取りあげた。第 11 表を見ると、全荷重範囲での増加につれ $\bar{\mu}_s$ が単調に減少し一定値に近づいていく傾向が明らかである。また、 W の変化と s の変化についてみると、 $\bar{\mu}_s$ のばあいと同様に W の増加につれ s が単調に減少している。最小値と最大値についても、 W の増加につれて減少することが認められる。これらの現象を総合して考察すると、前項でみたアモントンの式の成立限界は、ふたつの母集団を区別する境界値と考えることはできない。むしろ、荷重 W (あるいは圧力 p) の変化につれ、静摩擦係数の母集団が変化すると考えた方が合理的である。

アモントンの式からみれば、低圧領域の摩擦現象は例外にみえる。しかし、 $\bar{\mu}_s$ や s などが W の増加につれて一定の傾向をもって変化することから、全荷重領域を同

一の法則性がつらぬいていると考えた方がむしろ合理的であろう。この結果として、ある領域から $\bar{\mu}_s$ の間に有意差が検出できなくなりアモントンの式が成立するのである。

3.3.5 一定荷重下での μ_s のばらつきの分布形 ばらつきをとまなう物理現象については多くの研究がある^{6),7),8),9),22)}。寿命を考慮した信頼性工学においても、ばらつきの分布形は重視されている¹⁹⁾。摩擦現象について、ばらつきを詳しく検討した報告としては曾田^{23),24)}が有名であり、その他には木下¹³⁾が触れているといえる。

はじめに、ばらつきが正規分布にしたがうかどうかをみると、荷重の大きな領域では正規分布があてはめられる。しかし、低圧領域では非対称性がいちじるしく、右に歪んだ分布となり正規分布とはいえない。のちに示すように曾田²³⁾の時計皿の実験においても乾燥状態では正規分布とはなっていない。

正規分布以外の分布関数としては、二項分布、ポアソン分布、対数正規分布、ワイブル分布など多くのものがある。これらの中でもっとも数学的な取扱いが容易なワイブル分布を取りあげる。ワイブル分布の 1 種で、著者が息角の研究³⁾において用いて好結果をえたレイリー (Rayleigh) 分布を μ_s のばらつきに応用してみる。

レイリー分布の特性はつぎのようにあらわされる (ただし、 $\mu_s \geq \gamma$ のとき)。

$$f(\mu_s) = 2(\mu_s - \gamma) \exp\{-(\mu_s - \gamma)^2 / \alpha\} / \alpha \dots\dots(6)$$

$$F(\mu_s) = 1 - \exp\{-(\mu_s - \gamma)^2 / \alpha\} \dots\dots(7)$$

$$R(\mu_s) = \exp\{-(\mu_s - \gamma)^2 / \alpha\} \dots\dots(8)$$

ここで、 $f(\mu_s)$ は確率密度関数、 $F(\mu_s)$ は分布関数、 $R(\mu_s)$ は信頼度関数を示す。 α は尺度のパラメータ、 γ は位置のパラメータである。

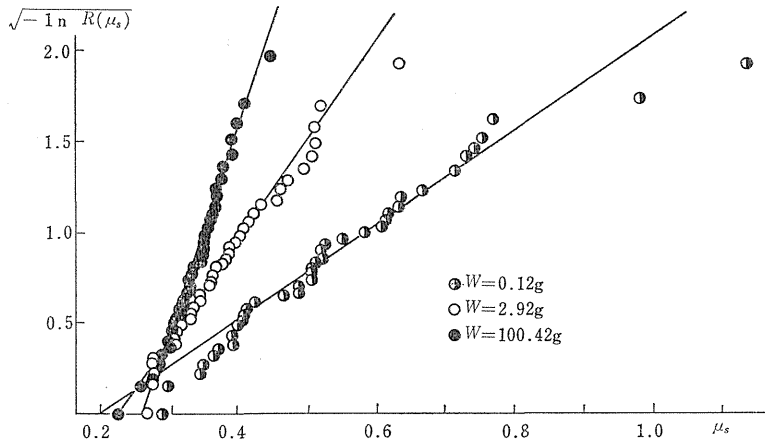
μ_s のばらつきがレイリー分布で近似できるならば、(8) 式を座標変換した次式が成立し、 μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ とは直線関係になるはずである。

$$\sqrt{-\ln R(\mu_s)} = \frac{\mu_s - \gamma}{\sqrt{\alpha}} \dots\dots(9)$$

第 5 図は、 $W=0.12, 2.92, 100.42\text{ g}$ について、 μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との関係を示したものである。ほぼ直線状と考えられる結果をえた。最小二乗法で求めた回帰直線との相関係数はきわめて高く、 $0.957 \leq r \leq 996$ とほぼ直線関係をもつ (第 12 表)。 μ_s のばらつきについてレイリー分布をあてはめても不都合なことはない。

実験結果について、Y 切片 a 、傾き b 、回帰直線との相関係数 r を計算し、第 12 表に示した。

レイリー分布は、(6)~(8) 式から明らかのように、尺度



第5図 μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との直線関係

第12表 a, b, r の値

荷重 $W(g)$	相関係数 r	Y 切片 a	傾き b
0.12	0.969	-0.323	1.633
2.92	0.985	-0.777	3.463
6.02	0.957	-0.675	3.240
11.82	0.988	-0.809	4.385
25.82	0.996	-1.145	4.617
53.72	0.986	-0.931	5.503
100.42	0.986	-1.786	6.795

第13表 α, γ の算出結果

荷重 $W(g)$	α		γ	
	$4.660 s^2$	$2.30/b^2$	μ_s $-1.913 s$	$-a/b$
0.12	0.1448	0.1629	0.2061	0.1975
2.92	0.0332	0.0362	0.2255	0.2245
6.02	0.0362	0.0418	0.1891	0.1825
11.82	0.0208	0.0226	0.2347	0.2353
25.82	0.0202	0.0216	0.2348	0.2353
53.72	0.0131	0.0143	0.2402	0.2409
100.42	0.0086	0.0094	0.2565	0.2560

のパラメータ α と位置のパラメータ γ の2パラメータにより決定される。これらの2パラメータは、以下に示す方法によって求めることができる。

(1) 平均値と分散による方法 レイリー分布においては、理論的に α, γ と母集団の平均値 μ と分散 σ^2 の関係が次式で示される^{17), 19)}。

$$\mu = \gamma + \frac{\sqrt{\pi\alpha}}{2} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\sigma^2 = \alpha \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad \dots\dots\dots(11)$$

母集団の μ, σ の標本代表値として $\bar{\mu}_s, s$ を考えれば、(10), (11) 式を変形した (12), (13) 式より α, γ は求められる。

$$\alpha = 4s^2 / (4 - \pi) \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\gamma = \bar{\mu}_s - \sigma \sqrt{\pi / (4 - \pi)} \quad \dots\dots\dots(13)$$

(12), (13) 式に実験で求められた $\bar{\mu}_s, s$ を入れ、係数を整理すれば次式となる。

$$\alpha = 4.660 s^2 \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\gamma = \bar{\mu}_s - 1.913 s \quad \dots\dots\dots(15)$$

(2) 回帰直線より求める方法 第5図のように μ_s

と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との間に直線関係が成立するから、最小二乗法で求めた回帰直線の傾き b と Y 切片 a とが求められる。 b, a と α, γ との関係は (9) 式で示される。(9) 式は自然対数を底としているため常用対数への変換を必要とする。実際には、 α だけについて補正を行なえばよい。したがって、 α, γ は次式より求められる。

$$\alpha = 2.30/b^2 \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\gamma = -a/b \quad \dots\dots\dots(17)$$

以上の2方法を用いて、各荷重ごとの α, γ を求め第13表に示した。2方法によって求めた α, γ はかなりよい一致を示す。(14), (15) 式を用いた方が計算の手数が簡単でよいと考えられる。

以上のように、 μ_s のばらつきを含めて、実験結果はレイリー分布で近似でき、2パラメータ α, γ が簡単な計算によって求められることがあきらかにされた。

3.3.6 W と α, γ との関係 各荷重での α, γ は第13表のように求められたので、さらに α, γ と W との関係が求められれば、この実験条件下での摩擦現象は、ばらつきを含めて完全に表現できることになる。

(1) W と α との関係 W と α との関係を検討すると、 $\log W$ と $\log \alpha$ との間にほぼ直線関係が成立する(第6図)。同一シリーズの実験結果について最小二乗法で係数を求めると次式ようになる。

$$-\log \alpha \doteq \log 15.6 + 0.40 \log W \dots\dots\dots(18)$$

$$\therefore 1/\alpha \doteq 15.6 W^{2/5} \dots\dots\dots(18')$$

(2) W と γ との関係 W と γ との関係について調べると、 γ と $\log W$ との間にほぼ直線関係が成立する(第7図)。 $W=6.02g$ の1点を除き、6点について最小二乗法による係数を求めると次式ようになる。

$$\gamma \doteq 0.219 + 0.015 \log W \dots\dots\dots(19)$$

この γ は、第5図よりから明らかのように、その荷重下での μ_s の最小値を示すものと考えられる。

3.3.7 W と $\bar{\mu}_s$, s との関係を示す実験式 前項で W と α との関係、 W と γ と関係が求められた。この結果を(10), (11)式に代入すれば、 $\bar{\mu}_s$ と s とが W によって表現できることになる。

$$\mu_s \doteq 0.219 + 0.015 \log W + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{15.6}} W^{-1/5}$$

$$= 0.219 + 0.015 \log W + 0.224 W^{-1/5} \dots\dots\dots(20)$$

$$s \doteq \sqrt{\frac{1-\pi/4}{15.6}} W^{-1/5} = 0.117 W^{-1/5} \dots\dots\dots(21)$$

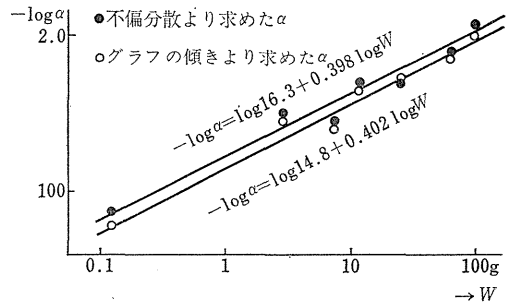
(20)式は、 $W \rightarrow \infty$ で $\bar{\mu}_s \rightarrow \infty$, $W \rightarrow 0$ のとき $\mu_s \rightarrow -\infty$ となるので、一定の W の範囲で成立する。(21)式から分るように、荷重の増加につれ μ_s のばらつきは小となる実験結果を反映している。

第8図に、 $10^{-1} \leq W \leq 10^5 g$ の範囲で(20), (21)式から求めた W と $\bar{\mu}_s$, $\bar{\mu}_s \pm s$ の関係を示し、同時に実験結果をあわせて示した。実験式は、はじめにおこなわれた実験結果から得たものである。しかし追実験で求めた結果も実験式で表わしてもさしつかえないことが第8図からも明らかであろう。

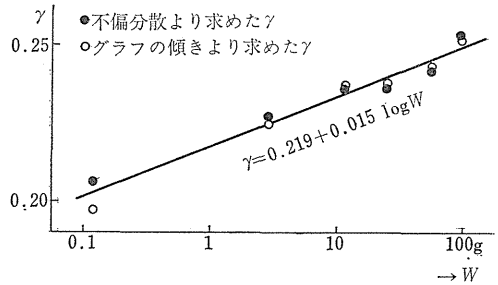
3.8.3 実験式についての検討

(1) 精度 実験結果をレイリー分布をする母集団からの標本として考える。平均値についていえば、標本数がすくなくとも母集団平均との差は小さく精度は高い。分散の精度は標本数がかなり多くなければ高められない。実験式は、 $\bar{\mu}_s$ と s の双方を用いて求められている。(10), (11)式あるいは(14), (15)式から $\bar{\mu}_s$ に関する(20)式の方が、 s に関する(21)式より精度が高いといえる。第8図の結果もこれを裏づけている。

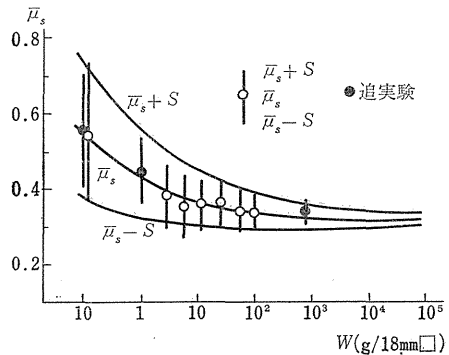
(2) レイリー分布による近似 レイリー分布を用いてばらつきを近似し、レイリー分布を媒介にして実験式を提出した。なぜ摩擦係数のばらつきがレイリー分布によって近似できるのかは大きな問題である。著者は後に



第6図 α と W との関係



第7図 γ と W との関係



第8図 $\bar{\mu}$ および $\bar{\mu}_s \pm s$ の荷重特性
 $\bar{\mu}_s = 0.219 + 0.015 \log W + 0.224 W^{-1/5}$
 $s = 0.118 W^{-1/5}$

ひとつの仮説を提出する。この仮説によれば、レイリー分布は二項分布の近似的表現と考えられる。レイリー分布の有用性は、二項分布などにくらべて数学的な取扱いがきわめて簡単な点にある。

(3) アモントンの式との関係 実験式は、 $10^{-1} < W < 10^2 g$ の範囲のデータから求められた。第8図は、その結果を外挿し $W \leq 10^5 g$ で示した。第8図から、 $10^2 \leq W \leq 10^5 g$ の広い範囲で $\bar{\mu}_s \doteq \text{const.}$ という結果になっており、この範囲ではアモントンの式が成立することになる。したがって、この実験式はこれまでの摩擦法則とも矛盾するものではない。

(4) ピンチの式との関係 第8図からはピンチの式が成立しように見える。しかし、 $\bar{\mu}_s$ は(20)式によって示されるため、ピンチの式の形にならない。(1)式に示した Kraghelsky の実験式もピンチの式とはちがった形をとっている。すくなくとも、この実験に関する限り、低圧領域においてピンチの式を適用することはできない。

(5) W と $\bar{\mu}_s$, s の関係 第8図からも明らかなように、実用上アモントンの式で十分近似できる領域がある。しかし、それ以下の低い圧力領域では、たんに $\bar{\mu}_s$ が増大するだけでなく、いちじるしいばらつきをとまうようになる。したがって、このような領域では、たんに平均値だけをとりあげることは問題がある。(21)式は、 W による μ_s のばらつきを表現しているの、これまでにない摩擦現象に関する実験式といってよい。

3.4 まとめ 摩擦現象には非常に大きなばらつきがつきまとうことは、ファインマン²⁶⁾の指摘のとおりである。これまでの研究では、このばらつきを重視し統一的にこれを扱おうとする試みがすくなかった。著者の実験の意義は、ばらつきを含めた摩擦の挙動をレイリー分布を用いて近似できることを明らかにし、広い荷重範囲で $\bar{\mu}_s$, s と W との関係を表した点にある。

実験としての特徴は、i) ガラス平面を材料として用い、ii) 摩擦の影響をさけるためにいつも新しい摩擦面を用い、iii) これまでに行なわれた実験にくらべ非常に低い圧力領域を含み、iv) 静摩擦係数を、v) 多数回測定し統計的に処理したことなどにある。すなわち、低圧領域での静摩擦係数のばらつきをもっとも重視したことにある。

4. 過去の研究成果との比較

4.1 はじめに 著者のおこなった実験は、その条件がきわめて限定されている。材料がガラスではなく金属のばあい、摩擦面が乾燥状態に近い状態ではなく十分潤滑されているばあい、平面スライダではなく球面あるいはピンヘッドを用いたばあい、著者のえた結論ははたして適用できるのであろうか。著者のえた結論の普遍性を確かめることを目的として、これまでに第三者によって発表された研究結果について著者の結論との比較検討をおこなう。

もちろん、摩擦係数のばらつきを研究テーマにした報告はすくなく、また低圧領域を問題にしている報告も多くはない。げんみつに考えれば、摩擦面の幾何学的形状、潤滑の状態、摩擦に対する配慮などの実験条件がかならずしもはっきりしていないため、著者の結論と直接比較することには、あるいは問題があるかもしれない。し

かし、著者のえた結論がこれらの結果から裏づけられれば、より一般性をもつことになる。

4.2 木下・牧の実験 木下¹⁸⁾は、平面ガラススライダを用い、傾斜法で静摩擦係数を測定している。木下らの研究目的は、 $\bar{\mu}_s$ の測定によりガラス表面のよごれの程度を表現することにあつた。実験そのものは著者の実験とほぼ同じものと考えられるが、傾斜速度はあまり厳密に規定されていない。

ガラス表面のよごれと $\bar{\mu}_s$ の関係を調べるに先だつて、木下らはアモントンの法則の是非を確かめている。すなわち、スライダ重量とスライダの形状を変えて実験をおこない、第14表の結果をえた。変量分析をこの結果についておこない、スライダ重量のこの程度の変化に対しては $\bar{\mu}_s$ に有意な差はないとし、木下らは結論としてアモントンの法則がこの実験では成立しているとした。

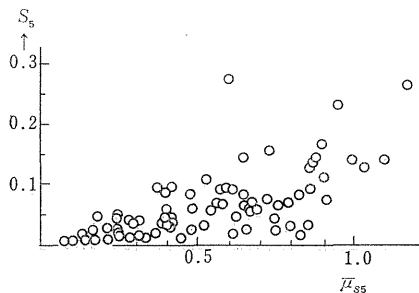
木下らの実験結果のうち第14表の第III組を除いてみれば、 W の小さいものほど $\bar{\mu}_s$ は大きい傾向がみられる。この傾向は著者の実験と一致している。しかし、アモントンの式についての見解は、木下らと著者とで違いがある。

木下らは、 $\bar{\mu}_s$ だけではなく、 μ_s のばらつきについても検討している。木下らは、第9図を示し、「荷重の増加は $\bar{\mu}_s$ の絶対値には影響がないとみとめられるが、測定値のちらばりには影響するようであり、おもりの付加により分散が小さくなる傾向がある」とのべている。木

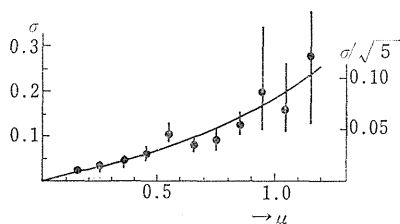
第14表 スライダ重量の影響
(木下・牧¹⁸⁾, 1949)

組	おもり					
	0g	10.2g	14.5g	68.0g	20.3g	0g
I	0.21	0.18	0.14	0.14	0.18	0.27
II	0.18	0.13	0.14	0.16	0.24	0.16
III	0.40	0.42	0.48	0.39	0.34	0.38
IV	0.55	0.42	0.49	0.38	0.32	0.54

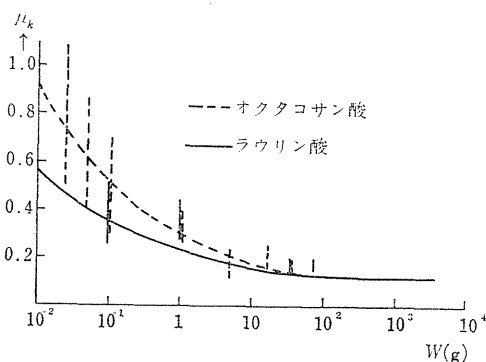
スライダの条件
丸型 10 ϕ × 1.84, 0.38g
角型 10 \square × 1.84, 0.46g



第9図 $\bar{\mu}_{ss}$ と s_s との関係 (木下・牧, 1949)



第10図 推定精度曲線 (木下・牧, 1949)



第11図 脂肪酸境界潤滑での銅と銅の摩擦 (Whitehead, 1950)

下らは、第9図の結果から μ_s と s についての推定曲線として第10図をあげている。この事実、測定値のばらつきが多いものほど $\bar{\mu}_s$ が大であることを示している。第8図の結果と木下らの考察を総合して推量すれば、スライダ重量の増加とともに $\bar{\mu}_s$ と s のふたつが減少するという結論に導かれると考える。

以上のように、木下らの記述に従えば、アモントンの法則の成立に関しては著者と見解が分れている。しかし、荷重によって分散が変化する傾向については一致した結論となっている。第8図の結果からみて、アモントンの式は低圧領域で不成立と考える方が自然と思われる。

木下らのおこなった実験結果は著者の実験を裏づけるものとする。ガラス平面の静摩擦係数の平均値やばらつきについては著者の実験は一般性をもつものと考えてよい。

4.3 ホワイトヘッドの実験 ホワイトヘッド³⁴⁾は、 $10^{-2} \sim 10^4 \text{ g}$ の荷重範囲で主として金属間の動摩擦係数の測定をおこなっている。ホワイトヘッドの実験は、軽荷重条件での測定をしているためによく引用される。彼は、酸化層の影響、潤滑膜の影響などを摩耗痕の観察結果とあわせて報告している。

ホワイトヘッドは、軽荷重領域でアモントンの法則が

成立するかどうかについて注意をはらっている。実験結果をみると、つぎの3類型に分類できる。i) 銀と銀、アルミニウムとアルミニウムなどの例では、 10^{-2} g 以上の荷重でアモントンの式は成立する(第2図)。ii) 銅と銅の例では、配化層の厚さが結果に影響を及ぼし、荷重により $\bar{\mu}_s$ が変りアモントンの式が成立しない(第1図)。iii) 銅と銅との間に潤滑膜をいれたばあいには、第11図のような結果になる。

ホワイトヘッドの実験条件を検討してみると、スライダとして直径約 0.8 mm の半球を用いた、いわゆるピンヘッド・ディスク方式が特徴となっている。かりに 0.8ϕ 円板に 0.01 g の荷重をかけたと想定すると、見かけの接触圧力は $p = 2 \text{ g/cm}^2$ といどとなる。実際には球面接触であるから、見かけの接触圧力は、この数十倍にのぼるものと思われる。この事実、実験の前提が摩擦力は垂直力に比例するというアモントンの法則にあることを思わせる。すなわち、絶対荷重の大きさだけに注目し、接触面積の効果を否定しているのではなからうか。アモントンの式そのものは是非あるいは成立範囲を確かめるためには、見かけの接触圧力に注目しないわけにはいかない。したがって、ホワイトヘッドの実験が軽荷重での摩擦現象を解明したものとして有名であるけれど、荷重の絶対値だけを問題にするのは誤りであろう。このような領域では見かけの接触圧力を問題にすべきである。

動摩擦係数について行なわれた実験であるけれど、第11図の結果は注目に値する。著者がおこなった静摩擦係数の実験結果(第8図)とを比較すると、 W と μ , s の関係はおどろくほど一致した傾向を示している。銅と銅の乾燥摩擦では、第1図のような挙動を示すものが、2面間に油膜があると第11図に示すような挙動を示す理由は何か。その理由としては、油膜が荷重の一部を分担するために、真実接触面積が激減し、著者のおこなった実験と同様な接触状態を生じたものと考えられる³⁷⁾。この結果はきわめて興味深いものといえる。

ホワイトヘッドによる一連の実験は、動摩擦実験であり、著者の実験とそのまま比較することは正しくない。しかし、見かけの圧力を考えるとアモントンの式の成立範囲での実験であり、著者の結論と矛盾するものではない。油膜による μ のばらつきの発生と $\bar{\mu}_s$ の変化は、動摩擦においても、著者があきらかにした現象が存在することを示している。全体として著者の実験と類似する現象の多い実験と考えることができる。

4.4 曾田による摩擦現象の統計的研究

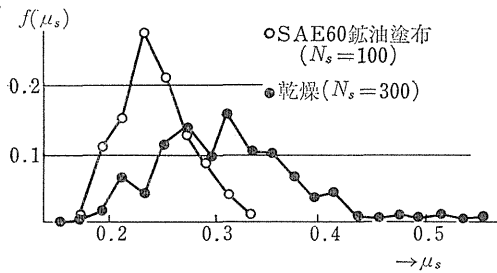
4.4.1 はじめに 摩擦を接触面の破壊現象としてとらえ、ばらつきそのものを研究の対象としてはじめて

とりあげたのは曾田^{23),26)}である。著者の研究は、曾田の研究の延長上に位置づけられる。曾田は、ばらつきそのものをとりあげているため、その報告の中に度数分布が示されている。また、時計皿のようなガラス面の摩擦のほか、いろいろな金属面間の摩擦を扱っている。そのほか、傾斜速度の影響、真実接触面積を反映すると考えられる電気伝導度のばらつき²⁶⁾など豊富な検討がなされている。

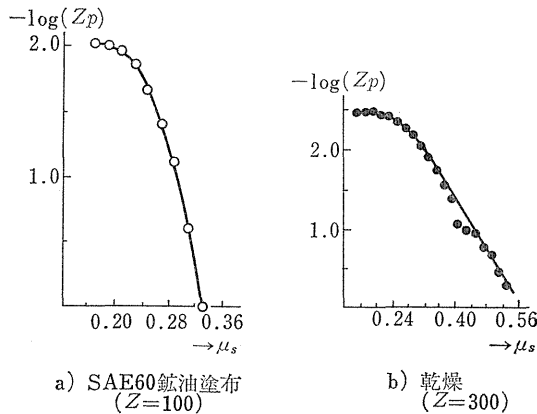
著者の方法や結論を定量的に検証することのできるデータが曾田の報告の中には多いので、これらについて検討し、著者の結論の妥当性を確かめる。

4.4.2 時計皿の実験²³⁾ 曾田は、スライダとして時計皿を、台としてガラス板をもちい、傾斜法で μ_s の測定をおこなった。接触面の条件は、SAE 60 鋳油塗布面 ($N_s=100$) と乾燥面 ($N_s=300$) のふたつであった。乾燥面の標本数が 300 と多いのは乾燥面での μ_s のばらつきが激しかったためである。

曾田の示した度数分布を相対度数分布に変換し、両実験をまとめて第 12 図に示した。曾田は、正規確率紙により SAE 60 鋳油塗布面の μ_s のばらつきは正規分布をすと認めた。一方、乾燥面では μ_s のばらつきは母集団



第 12 図 時計皿の μ_s の相対度数分布 (曾田, 1950)



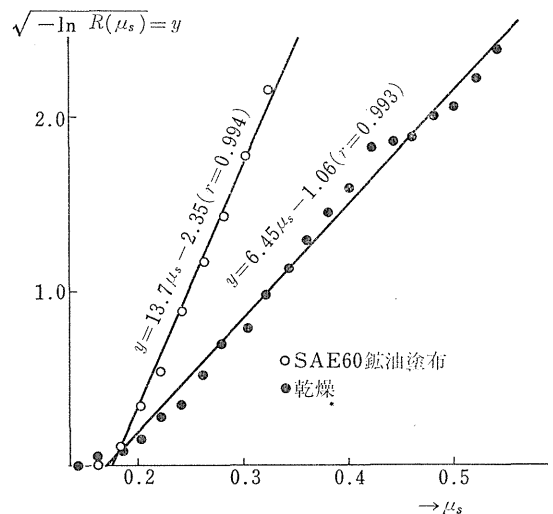
第 13 図 $-\log Z_p$ と μ_s との関係 (曾田原図)

のちがうふたつのグループに分けられるとして、右すその部分 ($\mu_s \geq 0.45$) を棄却するとおべている²⁶⁾。その理由として、油膜の厚さのちがいにより $\bar{\mu}_s$ の大きさはいちじるしく左右され、乾燥面ではこの状態であったと推定している。曾田は、度数分布は正規分布をすとの前提のもとに論理を進めていたふしがある。

しかし、曾田は第 13 図を示し、全体をひとつの現象として扱っている。第 13 図は破壊の確率が傾斜の増大につれて増加することを意味している。これについては補論 1 で論じるが、曾田は故障率関数 $\lambda(t)$ が一定として議論をしていることになる。著者は、以下に示すように $\lambda(t)$ が時間 t と比例関係にあると考えて、レイリー分布を適用する。

著者は、曾田の実験結果 (第 12 図) をレイリー分布にしたがうばらつきと考え、曾田のデータから μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ の関係を求め第 14 図に示した。第 14 図から明らかなように、鋳油塗布面および乾燥面の両者ともほぼ直線状に並び、回帰直線との相関はきわめて高い。したがって、 μ_s のばらつきは両者ともレイリー分布にしたがうと考えてもさしつかえない。この結果は、スライダ形状のちがいで、潤滑状態のちがいににもかかわらず、著者のえた結論が成立することを示している。

つぎに同一荷重下での乾燥面と油塗布面における μ_s のばらつき、 $\bar{\mu}_s$ の関係について考察する。曾田の実験の意味を考えると、同一荷重 W の時計皿で、潤滑膜の有無が真実接触面積を変えた結果、摩擦の挙動に差がでたのであろう。潤滑膜は W の一部を分担すると考えられ



第 14 図 μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との関係 (林原図, 曾田の実験)

る⁸⁷⁾ため、真実接触面積は減少し、真実接触面積に比例する摩擦力 F は減少するであろう。乾燥摩擦での摩擦力を F 、潤滑摩擦でのそれを F' とすれば、 $F > F'$ となる。したがって、 $\mu_s = F/W$ であるから $\bar{\mu}_s > \bar{\mu}_s'$ となるのは当然でもある。

μ_s のばらつきについて考えてみる。荷重の軽い(面圧の小さい)ときほど真実接触面積のばらつきは大きい。潤滑状態での真実接触面積と同様な接触状態を乾燥状態で実現するためには荷重を軽くすることが必要になる。このときの接触状態は同じだから摩擦力 F の大きさとばらつきは同一と考える。しかし、荷重についてみれば、潤滑状態の荷重 W と乾燥状態の W' の間には $W > W'$ が成立する。したがって、 $\mu_s = F/W$ だから、潤滑状態の μ_s と乾燥状態の μ_s' の間には $\mu_s < \mu_s'$ が成立する。同じように $W > W'$ のためにばらつきの幅も潤滑状態の方が小さくなる。以上のように考えると、潤滑状態であれ乾燥状態であれ摩擦機構としては同一の原理が働いているといつてよい。両者のばらつきがレイリー分布にしたがうのも当然である。

曾田の時計皿についての実験結果を検討した結果つぎの結論がえられる。

i) ガラス面間の摩擦現象のばらつきは、スライダの形状のちがい(平面と球面)があってもレイリー分布にしたがう。

ii) 潤滑状態のちがいがあっても、レイリー分布にしたがう。したがって、同一の摩擦機構が働いているものと考えられる。

以上の結論は、著者の実験結果を全面的に補強するものである。

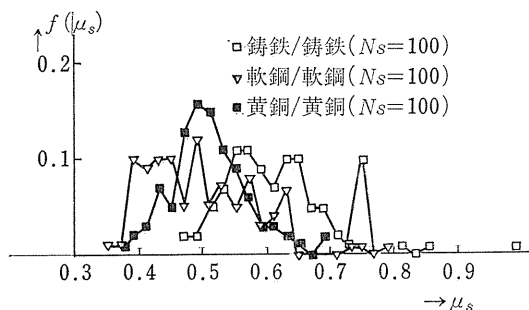
4.4.3 金属間の摩擦実験 曾田は金属間の静摩擦係数のばらつきについても、傾斜法による測定結果を報告している²⁴⁾。スライダは20φの円板であり、第15表のような実験条件と結果であった。この実験は低圧力の条件下でおこなわれていることが特徴といつてよい。

曾田の示した度数分布から度数を読みとり、鑄鉄/鑄鉄、軟鋼/軟鋼、黄銅/黄銅の3例について、相対度数分布を第15図に示す。次に μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との関係を探り、回帰直線および相関係数とともに第16図に示した。第16図からあきらかなようにガラス面と同様に、金属間摩擦においても μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ の関係は直線状となる。したがって、金属面間の μ_s のばらつきはレイリー分布にしたがうと考えてさしつかえない。

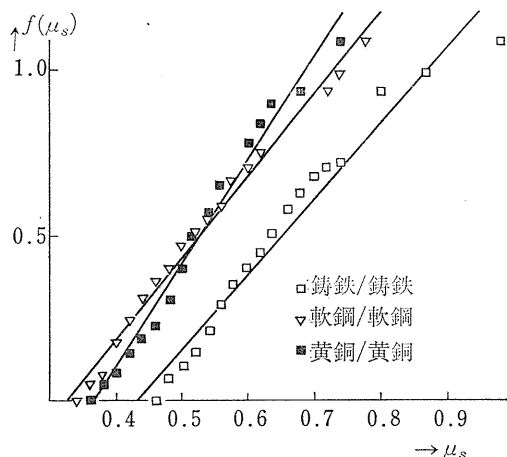
銅/銅の μ_s のばらつきも以上の結果と同様にレイリー分布にしたがう。曾田の実験では、ばらつきの圧力特性を論じている唯一の例であるけれど、著者の得た結論

第15表 金属の摩擦実験 (曾田・深谷²⁵⁾, 1949)

金属組合せ	荷重 (g)	平均圧力 (g/cm ²)	平均摩擦係数
鑄鉄/鑄鉄	7.7	2.45	0.62
軟鋼/軟鋼	8.5	2.71	0.50
黄銅/黄銅	9.2	2.93	0.51
銅/銅	9.7	3.09	0.48
〃	17.3	5.51	0.55
〃	24.9	7.93	0.56



第15図 金属の μ_s の相対度数分布 (曾田, 1950)



第16図 μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との関係 (林原図, 曾田の実験)

とは一致しない。すなわち、同一条件であれば軽荷重のものほど $\bar{\mu}_s$, s が大となるという結論に対し、曾田の銅/銅の実験では軽荷重の $\bar{\mu}_s$ の方が小さく、 s は大きい。著者の得た結論は、木下らの実験結果でも確認されているので、曾田の結果がなぜ得られたのかは不明である。補論で触れるように、摩擦の影響により実験順序が $\bar{\mu}_s$ の大きさに影響を及ぼすので、あるいは、実験方法の不

備によるものかも知れない。

曾田の金属間乾燥摩擦実験から明らかにされたことは、ガラス平面でえられた結論が金属間摩擦にも拡張できることである。すなわち、金属間の μ_s のばらつきもレイリー分布にしたがうので、おそらくガラス面と同様な摩擦機構が金属面においても働いているものと考えられる。

4.5 まとめ 著者がガラス平面の乾燥摩擦実験でえた結論を、木下ら、曾田らによる実験結果と比較検討した結果、著者の結論は一般性をもつことがあきらかにされた。

- i) 静摩擦係数のばらつきはレイリー分布にしたがう。
- ii) 見かけの圧力が低い圧力領域ではアモントンの式は成立しない。アモントンの式の成立領域でも i) は成立する。
- iii) 材料はガラス間でも、金属間であっても成立する。
- iv) スライダの形は平面でも球面であっても成立する。
- v) 表面状態は、乾燥状態であっても潤滑状態であっても成立する。
- vi) 動摩擦の実験においても、類似の現象がみられる。
- vii) アモントンの式の成立範囲では荷重だけをパラメータにしてよいが、低荷重領域では圧力をパラメータにした方がよい。

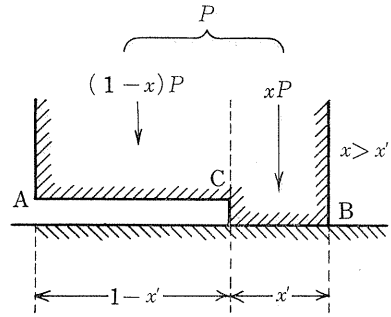
5. 摩擦機構についての仮説

5.1 はじめに これまでの検討から静摩擦係数のばらつきがレイリー分布にしたがうこと、見かけの接触圧力の増加につれて $\bar{\mu}_s$ と s が減少し一定値に近づくこと、などの新しい知見を明確にした。ここでは、なぜレイリー分布にしたがうのか、あるいは見かけの接触圧力の増加にともない $\bar{\mu}_s$ と s に生ずる変化がなぜおこるのかについて説明ができる仮説を考えることにする。

新しい仮説の提出に先だち、これまでアモントンの式の成立を説明するために用いられてきた摩擦機構の仮説について触れておく。

第17図のように、スライダ AB が境界状態で台におかれているとする。その見かけ上の接触面積 AB に対し、真実の接触面積（異分子膜をへだてない直接接触状態）は CB 部分のみとする。CB は真実接触面積の総和をあらわし、AC は境界膜あるいは気体にへだてられて摩擦するものとする。

荷重の P うち、 xP ($x < 1$) だけが真実接触面積 CB に支持され、AC はその残りの $(1-x)P$ を支持するもの



第17図 接触面における荷重分布と接触状態の模型

とする。ここで真実接触面積 CB を x' ($1 > x'$) とすれば、AC の面積は $1-x'$ となる。境界膜と固体についてみると、単位面積あたりの支持能力は後者の方が大きいから $x' < x$ である。

摩擦力 F は、境界膜 AC のせん断と固体 CB のせん断によって生ずる。せん断強度は固体の方が境界膜よりはるかに大きいので、 F はほぼ x' に比例することになる。 P と x' は比例すると考えられるので、結局 P と F は比例し $\mu = F/P$ は一定となる。すなわち荷重と真実接触面積が比例するために、アモントンの式が成立する。

以上の仮説は、アモントンの式が成立する圧力範囲では合理的である。しかし、著者の明らかにした事実に対しては十分なものとはいえない。

5.2 摩擦機構についての新しい仮説 アモントンの法則の成立しないような低圧力範囲とアモントンの式の成立する領域とを含めて成立し、ばらつきと平均摩擦係数の変化を説明できる仮説を考える。

i) 表面の微小突部の形、大きさ、分布のばらつきと境界膜の厚さのばらつきのために、接触する面の真実接触面積は確率的に定まる。

ii) 真実接触面積 x' は、真実接触する微小突部の数 n に比例する。 k_1 を比例定数とすれば、

$$x' = k_1 n \dots\dots\dots (22)$$

iii) 真実接触する微小突部の数 n は、真実接触する確率 p_c をもつ微小突部群の中から確率的に定まる。真実接触する可能性をもつ微小突部の数を N とする。

iv) 真実接触する可能性をもつ微小突部 N のうち任意の n だけが真実接触する確率 $p(n)$ は、二項分布で示される(ただし、 $0 \leq n \leq N$ とする)。

$$p(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p_c^n (1-p_c)^{N-n} \dots\dots (23)$$

v) 真実接触する確率 p_c は、見かけの接触圧力 p の増大につれ減少し一定値に近づく。この原因は、 p の増

大につれより低い微小突起が接触をはじめるため、全体として平均すれば p_c は低下することによる。

vi) 真実接触する可能性をもつ微小突起の数 N は見かけの圧力 p に比例して増加する。一定面積の接触面を考えれば、 p は P に比例する。(k_2, k'_2 比例定数)

$$N = k_2 p \dots\dots\dots (24)$$

$$= k'_2 P \dots\dots\dots (25)$$

vii) 摩擦力 F は、真実接触面積 x' に比例し、静摩擦係数 μ_s は摩擦力 F と垂直力 P の比で示される。

$$F = k_3 x' \dots\dots\dots (26)$$

$$= k_1 k_3 n \dots\dots\dots (27)$$

$$\mu_s = F/P = k_1 k_3 n/P \dots\dots\dots (28)$$

n ケの微小突起が真実接触するときの μ_s の大きさは (28) 式で表わされ、その μ_s の生ずる確率 $p(n)$ は (23) 式で示される。 $0 \leq n \leq N$ だから、理論的にとりうる μ_s の最大値は、(28) 式の n に N を代入し (25) 式を用いれば一定値となる。

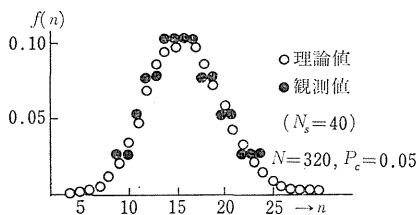
viii) 理論的には以上のように二項分布にしたがって摩擦現象は生ずる。しかし、実際には二項分布の母集団からの標本として現象は観察されることになる。したがって、標本数 N_s が小さいと (23) 式とは違った分布としてとらえられる。

5.3 仮説の検討

(1) レイリー分布との関連 仮説に示された諸条件を用い、 $N=320, p_c=0.05$ として (23) 式から計算した二項分布の理論値と、 $N_s=40$ のばあいの観測期待値を第18図に示した。二項分布の実現値は第18図に示されたように、二項分布から離れた分布をするものと考えられる。

つぎに、第18図の結果を (9) 式を用いて座標変換し、 μ_s と $\sqrt{-\ln R(\mu_s)}$ との関係について第19図に示した。図から明らかなように、二項分布の理論値は曲線状の立上りを示すのに対し、標本期待値の方はほぼ直線状に並ぶ。この事実は観測値がレイリー分布で近似できることを示している。

(2) μ_s のばらつき 垂直力 P の増大により μ_s のばらつきが減少することは、 n/N を横軸にとり、 $p_c=0.05$,



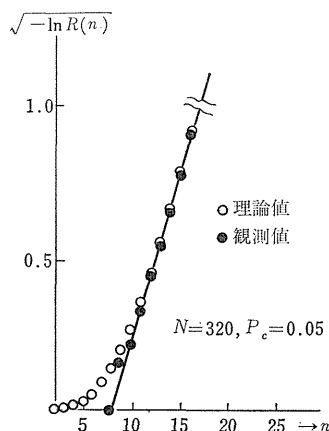
第18図 二項分布の理論値と観測値

$N_s=40, N_s=160, N_s=640$ の二項分布を第19図と同様に示した第20図よりあきらかである。すなわち (25) 式より P の増加につれ N が増加し、第20図の傾き b は増加する。このことは μ_s のばらつきが減少することを示している。

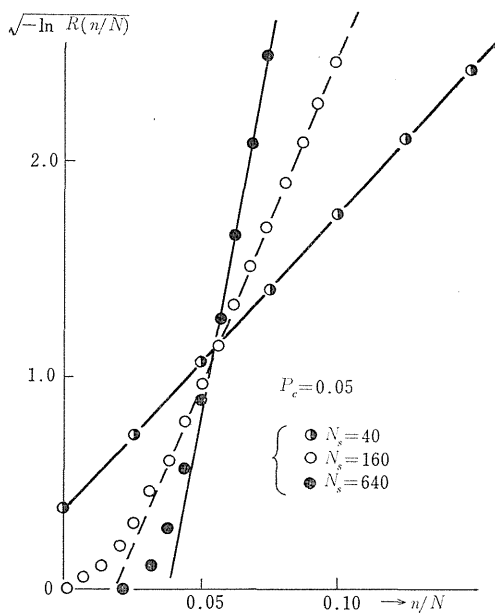
(3) $\bar{\mu}_s$ の変化について 二項分布の平均値 μ は理論的に次式で示される。

$$\mu = N \cdot p_c \dots\dots\dots (29)$$

P と N の関係は (25) 式にしたがうから、 $\bar{\mu}_s$ は p_c に比例することになる。 p_c は仮説の (v) にしたがうので、 P の増加につれ $\bar{\mu}_s$ は減少し一定値に近づく。



第19図 二項分布の理論値と観測値のレイリー変換



第20図 n/N と $\sqrt{-\ln R(n/N)}$ との関係

(4) 1 微小突起の真実接触面積について 仮説においては、ひとつの微小突起の真実接触面積を一定と考えた。しかし、実際には、ひとつひとつ真実接触面積は違うと考えた方が自然である。仮説では平均的に一定面積と考えないと取り扱えないために一定とした。

見かけ圧力の小さい領域ほど高い微小突起が接触し、ひとつの突起による真実接触面積は大きくなるし、またそのばらつきも大きくなると考えられる。したがって、接触圧力が小さいほど、仮説で考えたものより $\bar{\mu}_s$ は大きくなるし、 μ_s のばらつきは大きくなるものと考えられる。この傾向は、実験結果を強める方向であり仮説と矛盾しない。

(5) 油膜の種類と厚さによる影響 仮説は、摩擦面にあるよごれ層により接触が確率的におこなわれることを前提にしている。油膜の厚さにより第 17 図に示した接触状態が変化し、 μ 、 P と N の関係が変化する。このような条件の変化にも仮説は対応できるものと考えられる。

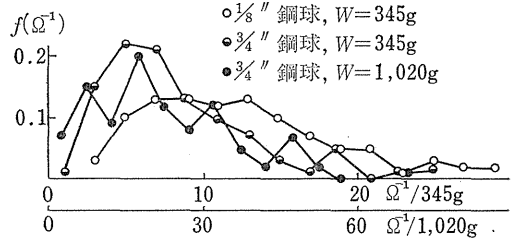
(6) 動摩擦係数特性への拡張 すべり速度の増加につれ $\bar{\mu}_k$ は低下することが知られている。その極限は、クーロンの法則でいう「静止摩擦力は動摩擦力より大きい」という状態であろう。しかし、なぜすべり速度の増加につれ $\bar{\mu}_k$ が変るかについては適切な理由が示されていない。

仮説で示したように、真実接触の可能性をもつ微小突起の数 N が増せば $\bar{\mu}_s$ は低下する。したがって、動摩擦のばあいにも、時間あたり接触微小突起数というような概念を導入することにより、動摩擦係数への拡張の可能性も考えられる。

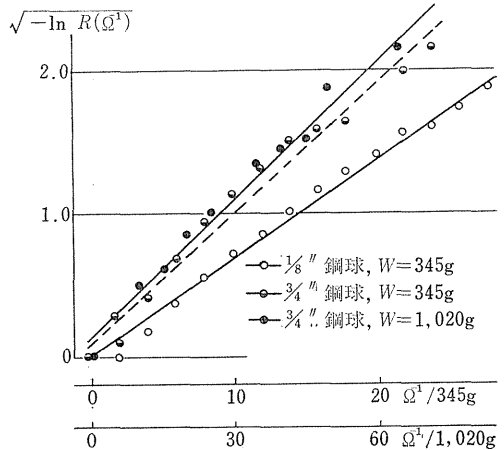
さらに、ホワイトヘッドによる実験の一部 (第 11 図) は、著者の実験結果との類似性がみられる。低圧接触下での実験をおこなってみることも必要であろう。

5.4 仮説を裏づける曾田の実験 二項分布の近似式であるレイリー分布を用いた静摩擦係数についての仮説は、アモントンの式の成立しない領域を含めて摩擦の挙動をよく示している。この仮説は、2 面間の真実接触面積のばらつきが二項分布 (近似的にレイリー分布) することを媒介として成立している。はたして、真実接触面積が仮説のとおり二項分布 (レイリー分布で近似) になるかどうかは重要である。

曾田ら²⁶⁾は、金属間の電気伝導度を測定することにより、真実接触面積の統計的機構をあきらかにしようと試みた。その中の 1 例として、鋼ボールと軟鋼板についての測定結果を引用する。曾田らの示した度数分布 (第 21 図) について、これまでしばしば用いてきた座標変換を



第 21 図 鋼球の電気伝導度の相対度数分布 (曾田・深谷, 1949)



第 22 図 Ω^{-1} と $\sqrt{-\ln R(\Omega^{-1})}$ との関係 (林原国, 曾田・深谷の実験)

おこない、 Ω^{-1} と $\sqrt{-\ln R(\Omega^{-1})}$ との関係を示す。ただし、接触圧と接触面積は比例すると考えられるので、1,020 g については横軸の目盛を比例させて用いた。

第 22 図の結果は、電気伝導度 (すなわち真実接触面積) のばらつきがレイリー分布であると考えてよいことを示している。仮説に示した考え方が無理なものではないことを、この実験結果は示している。

第 22 図について多少検討を加える。まず同一半径の鋼球では、荷重と電気伝導度の間にほとんど比例関係が成立し、軽荷重の方がややばらつきが多い。荷重の大きさを考えると、アモントンの式の成立する圧力領域であるので、以上の結果は妥当なものである。

つぎに、同一荷重で半径がことなるばあいをみると、半径の小さい方が電気伝導度が大きい。この例は、真実接触面積がたんに荷重によって定まるものではなく、接触圧力のパラメータとして定まることを示唆している。

曾田らも触れているとおり、真実接触面積と電気伝導度の間に完全な対応関係があるとは断定できない。しか

し、かなりよい対応があるであろうことは否定できないので、第22図の結果は著者の仮説の正しさを強く支持する事実であるといえる。

5.5 まとめ 境界摩擦においては、固体表面の微小突起の形、大きさ、分布のばらつきと境界膜の厚さのばらつきのために、接触する二面の真実接触面積は二項分布にしたがうばらつきをもつ。その結果として μ_s のばらつきも二項分布にしたがい、標本としてはレイリー分布として観察される。 P が小となれば、 $\bar{\mu}_s$ および μ_s のばらつきは小となる。以上のような仮説を提出した。

仮説は多くの実験結果を矛盾なく説明することができる。また、仮説の接触機構を裏づける実験結果もあつたことを示した。

6. む す び

固体2表面間の摩擦については、一般の広い条件下でクーロンの法則が成立する。すなわち、摩擦力は垂直力にのみ比例し、すべり速度や接触面積には無関係とされる。

しかし、クーロンの法則にしたがわない摩擦現象が近年とりあげられるようになった。摩擦係数の荷重特性あるいは速度特性などが議論されること自体がクーロンの法則の成立と矛盾する。

クーロンの法則の成立しない荷重領域についての研究は、高圧領域の現象についてはかなり多くおこなわれている。これに対し低圧領域についての研究はきわめて少なく、かつ明確な結論はえられていない。この研究は、クーロンの法則が成立しないと考えられる低圧領域とクーロンの法則が成立する圧力領域とをあわせて対象としてとりあげている。

摩擦現象を複雑にする特徴として、挙動の不規則性があげられる。すなわち、摩擦係数は変動を示す。摩擦係数のばらつきについてはほとんど研究がおこなわれていない。著者は、静摩擦係数のばらつきの分布形をとくに重視した。

以上のように、著者は静摩擦係数の変動とアモントンの式とピンチの式との関係とその圧力特性を研究対象とした。試料としてはガラス平面を用い、傾斜法により静摩擦係数を測定した。とくに実験上注意を払ったのは摩擦の影響を防ぐことであつた。

0.04~241 g/cm² (0.12~781.5 g/18 mm²) の圧力範囲で実験がおこなわれ、次の結果をえた。

(1) 実験結果を検討すると、一定荷重以上で平均静摩擦係数の変化はほぼ一定となりアモントンの式が成立する。それ以下の圧力領域では、圧力の低下につれ平均静

摩擦係数 $\bar{\mu}_s$ は増大するとともに、 μ_s のばらつきも増加する。このような低圧領域では μ_s の平均値だけでなく、そのばらつきを重視する必要がある(第11表、第8図)。

(2) 一定荷重下での静摩擦係数のばらつきは、(6)~(8)式のレイリー分布で近似できる。この近似は、アモントンの法則の成立する領域とアモントンの式の成立しない低圧領域とを問わず成立する。

(3) レイリー分布は2個のパラメータ α , γ により表現される。荷重 W と α , γ との関係を実験式で示すことができた。この式を用いれば、静摩擦係数の平均値の荷重特性だけでなく標準偏差をも知ることができる(20~21式)。

著者のえた結論の一般性を調べるため、著者以外の研究者の報告について検討した。

(4) 静摩擦係数のばらつきは一般的にレイリー分布にしたがうことが確認された。すなわち、摩擦の材料としてはガラスだけでなく金属でも、スライダの形状としては平面だけでなく球面においても、表面のよごれの状態としては乾燥状態でも潤滑状態においても、静摩擦係数のばらつきはレイリー分布にしたがう。

(5) 静摩擦係数の平均値とばらつきについては、荷重の増加とともに低下する傾向がみられた。しかし、著者のえた実験式との関連を検討する材料はえられなかった。

最後に、静摩擦係数のばらつきをもたらす摩擦機構として、つぎの仮説を提出した。

(6) 摩擦力は、確率的に定まる真実接触面積のために、変動を示す。

①表面の微小突起の形、大きさ、分布のばらつきと境界膜の厚さのばらつきのために、接触する面の真実接触面積は確率的に定まる。

②真実接触面積は、真実接触する微小突起の数に比例する。

③真実接触する微小突起の数は、真実接触する確率をもつ微小突起群の中から確率的に定まる。

④真実接触する可能性をもつ微小突起 N のうち任意の n だけが真実接触する確率は、二項分布で示される。

⑤真実接触する確率は、見かけの接触圧力の増加につれ、平均的に減少し一定値に近づく。

⑥真実接触する可能性をもつ微小突起の数 N は、見かけの圧力 p に比例して増加する。

⑦摩擦力は、真実接触面積に比例し、静摩擦係数は摩擦力と垂直力の比で示される。

⑤理論的には摩擦係数のばらつきは二項分布にしたがう。しかし、標本としてはレイリー分布で近似される。

(7) 以上の仮説は、現実の摩擦現象をよく説明できる。アモントンの法則が成立する理由と同時に、荷重の減少とともにばらつきが増大する理由をよく説明することができる。

補論 1 破壊現象のばらつきの機構

破壊現象のばらつきの原因としては、空間説と速度説のふたつの立場からの説明がなされている。

速度説は、時系列論のひとつである。20世紀のはじめ、電気火花の後の時間がばらつくことが論議の対象になった。K.Zuber の実験について、M.V.Laue がはじめて速度論的解釈を与えて成功した^{6),28),32),33)}。

M.V.Laue の考え方は、平田^{6),7)}、横堀³⁵⁾らによって発展させられた。この考え方は、信頼性工学の中に受けつがれている。信頼性工学で定着した考え方から、速度説を見るとつぎのようになる。

RETMA* では、“信頼度とは、ある機器またはシステムがある定められた条件のもとで、あらかじめ定められた動作時間の間、その目的を適切に達することができる確率”として定義する。一般に、ばらつきのある破壊現象は、寿命分布によって表わされる。寿命分布は確率密度関数 $f(t)$ であらわされるので、信頼度 $R(T)$ は次式で示される。

$$R(T) = \int_T^{\infty} f(t) dt \quad \dots\dots\dots(30)$$

信頼度関数 $R(T)$ と、確率論で用いられる分布関数 $F(T)$ との間には、次式が成立する。

$$R(T) = 1 - F(T) \quad \dots\dots\dots(31)$$

信頼性を議論するとき大切な尺度として故障率がある。“あるひとつの機器またはシステムが時刻 t まで実働しつづけてきたときに、次の単位時間間隔 $(t, t+1)$ の間に故障する確率を時刻 t における故障率”とよぶ。すなわち故障率 $\lambda(t)$ は、次式で定義される。

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \cdot P(t < X \leq t + \Delta t | t < X) \quad \dots\dots\dots(32)$$

寿命分布が $f(t)$ によって与えられれば、上式は条件付確率の定義から次式のように書くことができる。

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \quad \dots\dots\dots(33)$$

* Radio Electronics and Television Manufactures Association の略で、現在は EIA (Electronics Industries Association) とよばれている。

$$= \frac{F'(t)}{1 - F(t)} \quad \dots\dots\dots(34)$$

上式を $F(t)$ に関してとくと次式をうる。

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} \{ \log(1 - F(t)) \} \quad \dots\dots\dots(35)$$

Laue は $\lambda(t) = m$ のばあいとして電気火花現象を考察し、実験結果が 35 式であらわされるとした。すなわち、電気火花のとぶ確率は、それまでに電気火花が飛ばないかぎり一定としてよい。

静摩擦係数のばらつきについても曾田²⁶⁾はこの考え方を適用している。すなわち、第 13 図をあげ、 $\lambda(t)$ は“時間の経過とともにしだいに増大するが、乾燥面ではある時刻以後はある一定の値 m をとるようになる”としている。曾田は、結論的に“これは電気火花において電圧をかけてから火花がとぶまでの時間おくれ、材料に応力を加えてから破壊にいたるまでの時間おくれ現象などでみられた性質とまったく同一で、本質的にはいわゆる乾燥摩擦が広義の一般破壊現象にぞくする統計現象であると考えればよく理解できることである”とのべて、故障率関数 $\lambda(t) = m$ を主張している。

ところで、筆者は曾田の示した第 12 図の実験結果をレイリー分布と考え、第 14 図を示した。レイリー分布の特性は、(6)~(8) 式で示される。したがって、故障率関数 $\lambda(t)$ は次式のようになる。 $(\mu_s - \gamma = t$ とおく)

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= f(t)/R(t) \\ &= \frac{2}{\alpha} t \exp\left(-\frac{t^2}{\alpha}\right) / \exp\left(-\frac{t^2}{\alpha}\right) \\ &= 2t/\alpha \quad \dots\dots\dots(36) \end{aligned}$$

すなわち、故障率は時間経過に比例して増大すると考えてよい。時系列論に立脚するかぎり筆者のえた結果は、単位時間内にすべりのおこる確率は、それまでの時間経過に比例して増加することになる。曾田は、潤滑面と乾燥面を区別していたが、著者のまとめでは両者とも同一の機構がはたらいていると考えてよい。

以上のように、時系列として考えれば時間経過によって破壊の確率あるいは故障率がどうなるかという問題になる。しかし、まったく同一の材料を使用しているわけではないので、破壊にいたる時間の長短は材料内の微小欠陥の存在によって定まると考えることもできる。すなわち、破壊現象のばらつきは微小欠陥の空間配列に依存すると考えることから、この説は空間説とよばれている。Weibull らは空間説をとっていることで有名である³⁵⁾。

静摩擦係数のばらつきについて考えると、著者は空間説をとる。その理由としては、静摩擦係数は真実接触面

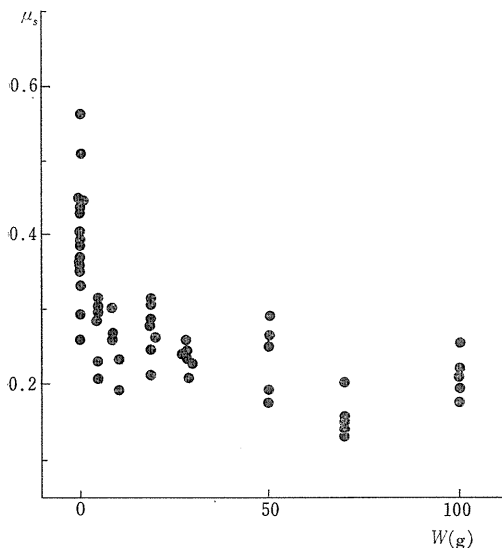
積と密接な関係を持ち、真実接触面積がすでにばらつきを示すことがあげられる。真実接触面積のばらつきについては、曾田の電気伝導度による実験があり(第22図)否定することは困難である。また、レイリー分布は二項分布の近似式と考えることができることを、摩擦機構の仮説において述べた。本質的にレイリー分布であれば、故障率関数が一定の関係をもつ($\lambda(t)=kt$)。しかし、レイリー分布は観察数の関係から求められる近似であるから、故障率についての上的ような結論は近似的に言えることになる。

したがって、静摩擦係数のばらつきは、表面形状とよごれ膜の厚さのばらつきに起因する真実接触面積の変動によってもたらされると考え空間説をとるのが妥当であろう。

補論 2 摩耗の影響について

予備実験において、第23図のような結果をえた。図は測定結果10回の平均について示したものである。この結果は、第11表に示した結果と似ている点が多いけれど、不可解な点もある。それは、スライダ重量の増加によって $\bar{\mu}_s$ は減少する傾向があるが、 $W=69.6g$ の $\bar{\mu}_s$ がもっとも小さくなっていることである。

この原因を調べてみると、50g以上3種の実験において不備があった。すなわち、50g以上では同一のスライダを用いて実験をおこなったため、摩耗の影響が出たものと考えられる。実験順序は、53.99gを50回おこない、つぎに93.85gを50回、最後に69.60gを50回とした。



第23図 ガラスの静摩擦係数の荷重特性(摩耗の影響を考慮しなかった場合)

そのために実験の進行とともに摩耗が進み、摩擦係数の低下をもたらしたものと考える。木下らのように5回程度の使用ならば顕著な差は生じないものと思われるが、ばらつきを論ずるならば、摩擦面の使用は1回にとどめるべきであろう。

なお、50g以下の実験では10回以下の使用であったため、摩耗の影響はあまりないと思われる。

先に示した曾田の実験結果(第15表の銅の荷重特性の実験)は、あるいは実験順序により摩耗の影響が表われているのではないかと考えられる。しかしながら、実験の細部が不明なので、今後金属面についても荷重特性について実験を重ねる必要がある。

研究を進めるにあたり暖かい激励と多くの助言をたまわった前東京大学理学部教授、故平田森三先生に心から感謝を捧げるとともにご冥福をお祈りいたします。

摩擦現象の研究、とくに確率的破壊現象としての摩擦に先鞭をつけられ、数多くの文献をご教示・ご恵与下された上、論文についてご助言下さった前東京大学宇宙航空研究所教授 曾田範宗先生に深くお礼申し上げます。

本論文についてご批判をいただいた東京大学農学部安田与七郎教授、茨城大学農学部佐野文彦教授、須藤清次教授、田淵俊雄助教授、安富六郎助教授、東京大学農学部山本愷助手の各位に心から感謝いたします。

実験にあたり恒温恒湿実験室の使用に便宜をいただいた東京大学農学部林産学教室に対し感謝いたします。

また、近年急速に発達した電子計算機とくにプログラムの可能な卓上電子計算機カシオ AL 2000 の助けがあったことを忘れることはできません。

文 献

- 1) Bowden, F.P. and Tabor, D.: The Friction and Lubrication of Solids, (1954) Oxford
- 2) Dokos, S. J.: J. Appl. Mech., **13**, 148 (1946)
- 3) 林 尚孝: 材料, **20**, 213, 754 (1971)
- 4) 林 尚孝: 土壌の物理性, **27**, 3 (1972)
- 5) 林 尚孝: 材料, **22**, 238, 628 (1973)
- 6) 平田森三: 応用統計学, 第11章 (1949) 克誠堂
- 7) 平田森三・寺尾宣三: 応用物理, **20**, 6・7, 234 (1952)
- 8) 堀 素夫: 応用物理, **36**, 2, 148 (1967)
- 9) 堀 素夫: 材料, **14**, 144, 698 (1965)
- 10) 加瀬滋男: 応用物理, **26**, 5, 179 (1957)
- 11) 加藤 仁・他3名: 日本機械学会誌, **75**, 641, 865 (1972)
- 12) 木村好次: 日本機械学会誌, **71**, 590, 377 (1968)
- 13) 木下是雄・牧 二郎: 応用物理, **18**, 8-9, 260 (1949)
- 14) Kraghelsky, I. V.: Friction and Wear, (1965) Butterworths
- 15) 九里善一郎: 応用物理, **20**, 74 (1951)

- 16) Lauterbach, R.・他2名: *Wear*, **10**, 6, 469 (1967)
- 17) 真壁 肇: ヲイブル確率紙の使い方, p. 79 (1966) 日本規格協会
- 18) McFarlane, J.S. and Tabor D.: *Proc. Roy. Soc. A.* **202**, 244 (1950)
- 19) 岡村弘之: *日本機械学会誌*, **73**, 621, 1382 (1970)
- 20) Riecker, R. E. and Towle, L. C.: *J. Appl. Phys.* **38**, 3, 5189 (1967)
- 21) Shaw, M. C.・他2名: *Trans. ASME. Ser. B* **84**, 1, 53 (1962)
- 22) 曾田範宗: *機械の研究*, **2**, 10, 531 (1950)
- 23) 曾田範宗: *東京大学理工学研究所報告*, **4**, 11-12, 281 (1950)
- 24) 曾田範宗: *東京大学理工学研究所報告*, **4**, 11-12, 287 (1950)
- 25) 曾田範宗・深谷敏夫: *日本機械学会論文集*, **20**, 90, 98 (1964)
- 26) 曾田範宗: *摩擦と潤滑*, 第8章 (1954) 岩波全書
- 27) 曾田範宗: *摩擦の話*, p. 214 (1971) 岩波新書
- 28) 玉河 元: *電気学会雑誌*, **9**, 4, 247 (1954)
- 29) 滝 保夫編: *確率統計現象 I*, (1967) 岩波基礎工学講座
- 30) Terzaghi, K. and Peck, R.B.: *Theoretical Soil Mechanics in Engineering Practice*, p. 81, 92 (1948) John Wiley & Sons
- 31) Tschebotarioff, G.P.: *Soil Mechanics, Foundations and Structures*, Chap. 7 (1951) McGraw-Hill
- 32) Wilson, R.R.: *Phys. Review*, **50**, 1082 (1936)
- 33) Wilson, R.R.: *Proc. Roy. Soc. A.* **212**, 450 (1952)
- 34) Whitehead, J.R.: *Proc. Roy. Soc. A.* **201**, 109 (1950)
- 35) 横堀武夫: *材料強度学*, p. 5, (1955) 技報堂
- 36) ファインマン, レイトン, サンズ: “*物理学 I 力学*”, p. 165 (1961) 岩波書店
- 37) Stupnicki, J.: *Int. J. Mech. Sci.* **13**, p. 243 (1971)

Summary

About the friction between two surfaces of solids Amontons's law holds over a very wide range of loads. That is frictional force is proportional only to normal force and independent from sliding speed or apparent contact area. But recently a frictional phenomenon in which Amontons's law breaks down has begun to be mentioned. It is inconsistent indeed with Amontons's law that characteristics of loads or that of velocity is discussed on the coefficient of friction.

As for study about pressure ranges where Amontons's law does not hold we have a comparatively good deal of studies on higher pressure range. On the contrary, that about lower pressure range has been done a quite little and a clear conclusion about it has not been got yet. It is the most important object of this study to clear the behavior of friction at lower pressure range where Amontons's law breaks down.

One of the complicate peculiarities of frictional phenomenon is the irregularity of movement. That is the coefficient of friction shows variation. There is little study about the irregularity of the coefficient of friction. Especially I paid attention to the distribution of irregularity of the coefficient of static friction. I experimented the variation of the coefficient of static friction at several loads (26-42 times at a constant load).

As the specimen a plane surface of glass was used, and the coefficient of static friction was measured by means of inclination method. I took a special care for the experiment in order to prevent the influence of the defacement. The experiment was designed within a pressure range from 0.04 to 24 g/cm² (0.12~781.5 g/1.8 cm square) and the following results were got.

(1) By investigating the experimental results, the average coefficient of static friction becomes constant when the load is heavier than a certain weight and therefore Amontons's law holds.

In the lower pressure range the average coefficient of static friction increases according to decreasing of pressure and at the same time irregularity of μ_s increases, too. In this lower pressure range it is necessary to attach importance to not only average of μ_s but also irregularity of it (Table 11 and Fig. 11).

(2) The irregularity of the coefficient of friction may approximate to Rayleigh's distribution under a constant load (Rayleigh's distribution is described in formulas (6)~(8)). This approximation holds in both the range in which Amontons's law holds and the lower pressure range in which Amontons's law breaks down.

(3) Rayleigh's distribution is described in two parameters α and γ . The relationship between loads W and parameters α , γ could be shown in experimental formula. By using this formula not only the average coefficient of static friction but also the standard deviation can be known (equation (20)~(21)).

In order to look into the generality of my conclusion I investigated some reports of

other workers.

(4) It was confirmed that the irregularity of the coefficient of static friction generally depends on Rayleigh's distribution. That is, as for the materials for friction, with not only glass but metal, as for the forms of sliders, with not only planes but spheres, as for the states of the surfaces, with not only dry but wet ones, the irregularity of the coefficient of static friction depends on Rayleigh's distribution.

(5) It was shown in other workers' reports that the average value and the irregularity of the coefficient of static friction decrease according to increasing of loads. But I could not find materials in other workers' reports to prove my experimental formulas.

At last I offered the following hypothesis as the mechanism of friction that causes irregularity of the coefficient of static friction.

(6) Frictional force shows variations which depend on the area of real contact determined by the following probability.

1) The area of real contact of the two surfaces welding one another is determined by the probability depending on the forms, sizes and spacious distribution of minute peak points on the surfaces and thickness of the boundary film.

2) The area of real contact is proportional to the number of minute points which contact really.

3) The number of minute points which contact really is probably determined among the group of minute points N which has probability of real contact.

4) The probability which only n points really contact by among minute points N which have possibility of contact is shown in a binomial distribution.

5) The probability of real contact decreases averagely according to increase of apparent pressure of contact, and approaches to a constant value.

6) The number of minute points N which is possible to contact really increases proportionally to apparent pressure.

7) Frictional force is proportional to the area of real contact and the coefficient of friction is shown at the ratio of normal force to frictional force.

8) The variation of the coefficient of static friction follows theoretically binomial distribution, but as the specimen it approximates in Rayleigh's distribution.

(7) The above hypothesis is enable to explain real phenomena of friction well. It is enable to explain the reason why Amontons's law holds and the variation increases according to decrease of loads.