

## 改良 T-score とその評点表

所 一 夫

Kazuo TOKORO: Improved T-score and its score table.

### Abstract

To compare the marks which are derived from different problems tests, hitherto we have used frequently T-score corresponding to their marks.

But in this paper we show that the T'-score which is determined by the next expression is more desirable than the usual T-score.

$$\sum_{i=0}^A \binom{100}{i} p^i q^{100-i} = \sum_{i=0}^{T'} \binom{100}{i} 0.5^{100}$$

In this expression  $A$  denotes the mark in case that a full mark is marked on hundred points, and  $q=1-p$ ,  $p=\frac{P}{100}$ , and  $P$  denotes the average mark.

Lastly we add the table of T'-scores for various values of  $P$  and  $A$ .

### 1. 序

例えば大学の入学試験で甲は社会科を日本史で受験し  $A$  なる評点を取り、乙は一般社会で受験して  $B$  なる評点を取つた場合に、この  $A$  と  $B$  を比較する方法については従来種々の方法が考えられて居り<sup>(1)</sup>、その各々の方法についてはそれ相当の目的と理由があるわけであるが、今評点を通してその生徒の能力を測ろうとする目的に対するもう一つの方法を考えて見ようと思う。

### 2. 問題のむずかしさ及び解答能力

先づ問題のむずかしさ  $P$  を次のように考える。即ち標準能力を持つもの(例えば高校卒業生)ならばその程度の数多くの問題に対して  $P\%$  を解き得ると考えられる場合にその問題のむずかしさを  $P$  とする。従つてそれ等の各々の問題に対して標準能力をもつものの解き得る確率は  $p$  ( $p=\frac{P}{100}$ ) と考えられるわけである。 $P$  が前以て分つて居ない場合には、その問題で受験した生徒の百点法による評点の平均を以てこの  $P$  を推定する。

今むずかしさ  $P$  なる問題に対して或生徒が  $n$  題中  $r$  題解けた場合にこの生徒の解答能

力  $F$  を次式によつて表わそうとする。

$$(1) \quad F = \sum_{i=0}^r \binom{n}{i} p^i q^{n-i} \quad \text{但し } q=1-p.$$

即ちむずかしさ  $P$  なる問題に対しては、解答能力  $F$  はその問題  $n$  題の中  $r$  題以下解き得る確率で之を計ろうとするのである。

然るにこの確率は Laplace の定理により  $n$  が大なる時には  $z = \frac{r-np}{\sqrt{npq}}$  と置けば、次のように近似される。

$$(2) \quad F = \sum_{i=0}^r \binom{n}{i} p^i q^{n-i} \doteq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

ここで  $np$  及び  $\sqrt{npq}$  は上の二項分布の平均及び標準偏差であるから之を  $m$  及び  $\sigma$  と書けばこの  $z$  は  $z = \frac{r-m}{\sigma}$  と書かれる。従つて  $F$  を測る一つの数値として上の  $z$  が用いられてもよいわけである。(1) この  $z$  を Z-score と云つて居る。

### 3. T-score とその改良

上述のような Z-score で  $F$  を表わす場合には試験の評点として平均点と同じ点数を取つた者の Z-score は 0 となり、 $|z| > 3$  となる場合は少ないわけであるが、若し平均点と同じ評点を取つた者を 50 点と評価し、大体百点法による点数で  $F$  を測ろうとする方法に、 $T=50+10z$  なる  $T$  を Z-score の代りに用いる方法があり、この  $T$  によればむずかしさ  $P$  (その問題で受験した生徒の評点の平均で推定) の問題で受験した生徒の評点を、むずかしさ 50 の場合に直して評価したと考えられる評点が得られるわけで、之を従来 T-score と呼び実用に供して居たわけである。

然し上の近似関係

$$(2) \quad F = \sum_{i=0}^r \binom{n}{i} p^i q^{n-i} \doteq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

より  $z$  を求める事は、 $F$  の正しい値を与える  $z'$  即ち

$$(3) \quad F = \sum_{i=0}^r \binom{n}{i} p^i q^{n-i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z'} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

なる  $z'$  の代りに近似値として上の  $z = \frac{r-m}{\sigma}$  を取つたわけであるが、この近似関係  $z \doteq z'$  は、たとえ (2) 式の近似関係が成立つても  $F$  の値が 0 と 1 の附近では成立せず、従つて Z-score の 0 の附近、即ち T-score では 50 点附近だけが有効で 50 点を離れるに従つて上の能力を表わす意味に於ては T-score は不適當となつてくる。

そこで従来用いられて居た T-score の代りに、むずかしさが  $P$  の時百点法で  $A$  点を取つたものの評点は、 $P=50$  の場合には何点  $T'$  と評価したらよいかを次式より求めようとするのである。

$$(4) \quad F = \sum_{i=0}^A \binom{100}{i} p^i q^{100-i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z'} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \doteq \sum_{i=0}^{T'} \binom{100}{i} 0.5^i 0.5^{100-i}$$

但し  $T'$  は  $F$  に最も近い値を与える整数値とする。

このように定めた  $T'$  は  $A$  が平均点  $P$  の時には 50 点となり、其他の場合には百点法として表わされるので之を改良 T-score 又は  $T'$ -score と呼び、従来の T-score の代りに用いようとするものである。

## 4. T'-score の表

実際問題について T'-score を求めるには評点 A を百点法による点数とし、P の値としてはその問題で受験した生徒の平均点を以て推定するが、それに対して T' の値を一つ一つ算出する事は面倒なので、P と A の種々の値に対する T' の値を算出して表にしておけばよい。P の値としては実際には小数点以下 1 桁ぐらい迄の細かい刻みで計算して置けばその表より直ちに T'-score が得られるが次表より見れば P については大体線型補間が出来るので T'-score の 1 点以下の誤を許すならば次表だけでも大体実用化されよう。

T'-score の 表

P: 平均点 A: 個人評点

P \ A	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
0	19	15	11	8	5	2	0	0					
1	22	17	13	10	6	3	1	0					
2	24	19	15	11	8	5	2	0					
3	26	21	17	13	9	6	3	0					
4	27	23	18	14	10	7	4	1	0				
5	29	24	20	15	12	8	5	2	0				
6	31	26	21	17	13	9	6	3	0				
7	32	27	22	18	14	10	7	3	1				
8	34	29	24	19	15	11	8	4	1				
9	35	30	25	21	16	13	9	5	2	0			
10	37	32	27	22	18	14	10	6	3	0			
11	39	33	28	23	19	15	11	7	4	0			
12	40	34	29	24	20	16	12	8	4	1			
13	41	35	30	25	21	17	13	9	5	2			
14	42	37	32	27	23	18	14	10	6	3	0		
15	44	38	33	28	24	19	15	11	7	3	0		
16	45	39	34	29	25	20	16	12	8	4	1		
17	46	41	35	30	26	21	17	13	9	5	1		
18	48	42	36	31	27	22	18	14	10	6	2		
19	49	43	38	33	28	23	19	15	10	6	3	0	
20	50	44	39	34	29	24	20	16	11	7	3	0	
21	51	45	40	35	30	25	21	16	12	8	4	0	
22	53	47	41	36	31	26	22	17	13	9	5	1	
23	54	48	42	37	32	27	23	18	14	10	5	1	
24	55	49	43	38	33	28	24	19	15	10	6	2	0
25	56	50	45	39	35	30	25	20	16	11	7	3	0

T'-score の表

P: 平均点 A: 個人評点

A \ P	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
26	57	51	46	40	36	31	26	21	17	12	8	3	0
27	59	53	47	42	37	32	27	22	18	13	9	4	0
28	60	54	48	43	38	33	28	23	19	14	9	5	1
29	61	55	49	44	39	34	29	24	20	15	10	6	1
30	62	56	50	45	40	35	30	25	21	16	11	6	2
31	63	57	51	46	41	36	31	26	21	17	12	7	2
32	64	58	52	47	42	37	32	27	22	18	13	8	3
33	65	59	53	48	43	38	33	28	23	18	14	9	4
34	66	60	54	49	44	39	34	29	24	19	14	9	4
35	67	61	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
36	69	62	57	51	46	41	36	31	26	21	16	11	6
37	70	63	58	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7
38	71	64	59	53	48	43	38	33	28	23	18	13	7
39	72	65	60	54	49	44	39	34	29	24	19	14	8
40	73	66	61	55	50	45	40	35	30	25	20	15	9
41	74	68	62	56	51	46	41	36	31	26	21	15	10
42	75	69	63	57	52	47	42	37	32	27	22	16	11
43	76	70	64	58	53	48	43	38	33	28	23	17	11
44	77	71	65	59	54	49	44	39	34	29	24	18	12
45	78	72	66	60	55	50	45	40	35	30	24	19	13
46	79	72	67	61	56	51	46	41	36	31	25	20	14
47	80	73	68	62	57	52	47	42	37	32	26	21	15
48	80	74	69	63	58	53	48	43	38	33	27	22	16
49	81	75	70	64	59	54	49	44	39	34	28	23	17
50	82	76	71	65	60	55	50	45	40	35	29	24	18
51	83	77	72	66	61	56	51	46	41	36	30	25	19
52	84	78	72	67	62	57	52	47	42	37	31	26	19
53	85	79	73	68	63	58	53	48	43	38	32	27	20
54	86	80	74	69	64	59	54	49	44	39	33	27	21
55	87	81	75	70	65	60	55	50	45	40	34	29	22
56	88	82	76	71	66	61	56	51	46	41	35	29	23
57	88	83	77	72	67	62	57	52	47	42	36	30	24
58	89	84	78	73	68	63	58	53	48	43	37	31	25
59	90	84	79	74	69	64	59	54	49	44	38	33	26
60	91	85	80	75	70	65	60	55	50	45	39	34	27

T'-score の表

P: 平均点 A: 個人評点

P \ A	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
61	92	86	81	76	71	66	61	56	51	46	40	35	28
62	93	87	82	77	72	67	62	57	52	47	41	36	29
63	93	88	83	78	73	68	63	58	53	48	42	37	30
64	94	89	84	79	74	69	64	59	54	49	44	38	32
65	94	90	84	80	75	70	65	60	55	50	45	39	33
66	95	90	85	81	76	71	66	61	56	51	46	40	34
67	96	91	86	81	77	72	67	62	57	52	47	41	35
68	97	92	87	82	78	73	68	63	58	53	48	42	36
69	97	93	88	83	78	74	69	64	59	54	49	43	37
70	98	93	89	84	79	75	70	65	60	55	50	44	38
71	98	94	90	85	80	76	71	66	61	56	51	45	39
72	99	95	90	86	81	77	72	67	63	57	52	46	40
73	99	96	91	87	82	78	73	68	64	59	53	48	42
74	100	96	92	88	83	79	74	69	65	60	54	49	43
75	100	97	93	89	84	80	75	70	66	61	56	50	44
76	100	98	94	89	85	81	76	72	67	62	57	51	45
77	100	98	94	90	86	82	77	73	68	63	58	52	46
78		99	95	91	87	83	78	74	69	64	59	54	48
79		100	96	92	88	83	79	75	70	65	60	55	49
80		100	96	93	89	84	80	76	71	66	61	56	50
81		100	97	93	89	85	81	77	72	67	63	57	51
82		100	98	94	90	86	82	78	73	69	64	58	53
83			98	95	91	87	83	79	75	70	65	60	54
84			99	96	92	88	84	80	76	71	66	61	55
85			100	97	93	89	85	81	77	72	67	62	57
86			100	97	94	90	86	82	78	73	69	64	58
87			100	98	95	91	87	83	79	75	70	65	59
88				99	95	92	88	84	80	76	71	66	61
89				99	96	93	89	85	81	77	72	68	62
90				100	97	94	90	86	83	78	74	69	64
91				100	98	95	91	88	84	80	75	70	65
92				100	98	96	92	89	85	81	77	72	67
93					99	96	93	90	86	82	78	73	68
94					100	97	94	91	87	84	79	75	70
95					100	98	95	92	89	85	81	76	72

## T'-score の表

P: 平均点 A: 個人評点

P \ A	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
96					100	99	96	93	90	86	82	78	73
97					100	100	97	94	91	88	84	80	75
98						100	98	96	93	89	86	82	77
99						100	99	97	94	91	88	84	80
100							100	100	100	100	100	100	100

## 文 献

- (1) 荒 木 雄 喜: テストの結果の計量的処理について (数学教育, 第5巻第4号)
- (2) 所 一 夫: Zスコアの或用法に対する注意 (数学教育, 第6巻第4号)
- (3) 田 中 寛 一: 教育的統計法