水晶発振器の温度補償回路の設計

滑 川 英 世*, 本 多 誠 一**

(1971年9月7日受理)

A Design of Temperature Compensation Network for Quartz Crystal Oscillator by a Successive Approximation Method

Hideyo NAMEKAWA and Seiichi HONDA

Abstract: — The need for ovenless quartz crystal oscillators having a high frequency stability over the required temperature range have been evident for modern communications systems.

Knowledge derived from studies on frequency temperature compensation techniques indicated the feasibility of developing compensated oscillators providing a reduction in both required input power and size over conventional oscillator-assemblies.

However, current experimentally frequency temperature compensated oscillators are characterized by difficulty in their design.

The discussion in this paper is related to the systematic of temperature compensation network for the compensated oscillators by a successive approximation method employing digital computer.

---

1. ま え が き

水晶発振器の周波数安定度を左右するものは，主に，温度である。従来の発振器と恒温槽との組み合わせにおいては，機器の小型化と恒温槽の消費電力等の点から考えて，問題が少なくない。ここに，優れた周波数安定度をもつ恒温槽なしの温度補償水晶発振器の開発が望まれる。

しかしながら，種々の温度補償法が試みられてはいるが，現在の水晶発振器においては，水晶振動子の切断方位のわずかな差異により，その温度特性が著しく異なるため，温度補

* 茨城大学工業短期大学部電子工学科

** 茨城大学工学部電子工学科

償の際に，発振器の補償回路やその構成素子の値等を標準化することは不可能なことである。

本研究は，種々の温度特性を有する水晶発振器に対する温度補償回路の構成素子の値を電子計算機による逐次近似法により，系統的に求める方式を開発したものである。はじめに，温度補償水晶発振器の解析を行ない，補償条件を考察し，さらに，逐次近似法を記述し，この近似法の有効性を示すために，いくつかの例について数値計算を試みた。

2. 温度補償法

AT カットの水晶振動子の周波数温度特性は，その切断方位のわずかな違いによる特性の変化はあるが，一般的に，広い温度範囲に渡って，Fig. 1 のような 3 次曲線となることは周知の通りである。[2]

発振器のループにおいて，周波数温度特性による水晶振動子の共振周波数の変化を打ち消す方法として，Fig. 2 のように，水晶振動子に直列に接続した可変リアクタンス（可変容量ダイオードよりなる）を制御することが考えられる。すなわち，補償すべき温度範囲に対して，水晶振動子のリアクタンスの変化分を可変容量ダイオードのバイアス電圧を制御することにより，打ち消すことができれば，発振周波数を一定とすることができる。

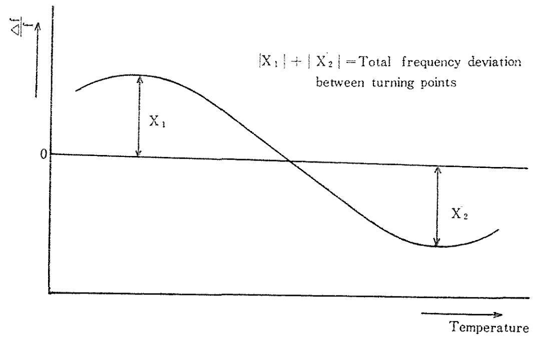

Fig. 1 Frequency versus temperature characteristics of a typical AT-cut crystal

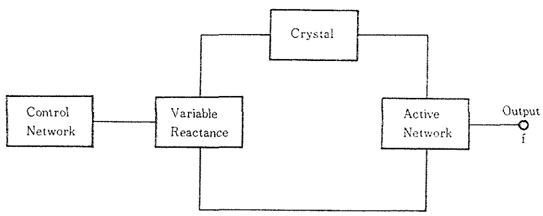

Fig. 2 Basic compensation diagram

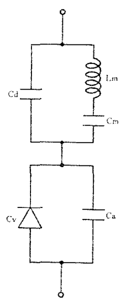

Fig. 3 Equivalent circuit

Fig. 2 の crystal と variable reactance を直列にした Fig. 3 のような回路のインピーダンスを $\dot{Z}$ とする。このとき $\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z}=\frac{1}{j\omega(C_a+C_V)}+\frac{1}{j\omega C_d+\left(\dfrac{1}{j\omega L_m+\dfrac{1}{j\omega C_m}}\right)} \quad\cdots\cdots(1)$$

ここで L_m, C_m, C_d は水晶振動子の各定数，C_V は可変容量ダイオードの接合容量，C_a は付加容量である。

この回路を用いた水晶発振器が，$\dot{Z}=0$ で発振すると仮定すれば，発振周波数は，

$$\left(\frac{f}{f_0}\right)^2=1+\frac{C_m}{C_a+C_d+C_V} \quad\cdots\cdots(2)$$

ここで，$f_0=1/(2\pi\sqrt{L_m C_m})$ である。$C_m \ll (C_a+C_d+C_V)$ が成り立つから，(2) 式は次のようになる。

$$f=f_0\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{C_m}{C_a+C_d+C_V}\right)\right\} \quad\cdots\cdots(3)$$

C_V は可変容量ダイオードの接合容量であるから，そのバイアス電圧 V の関数である。f の V による変化を求めると，

$$\frac{(\Delta f)_V}{\Delta V}=-\frac{1}{2}\left\{\frac{C_m\left(\frac{\Delta C_V}{\Delta V}\right)}{(C_a+C_d+C_V)^2}\right\}f_0 \quad\cdots\cdots(4)$$

となる。

可変容量ダイオードとして，$C_V=CV^{-1}$（超階段接合型）の特性のものを用いると，

$$\frac{\Delta C_V}{\Delta V}=-CV^{-2} \quad\cdots\cdots(5)$$

となり，(5)式を(4)式に代入して，$C_a+C_d+C_V \simeq C_V$ とすると，

$$\frac{(\Delta f)_V}{\Delta V}\simeq Kf_0 \quad\cdots\cdots(6)$$

ここで，K は正の定数である。(6)式より，明らかなように，発振周波数 f は近似的に，バイアス電圧 V に対して直線的に変化する。一方，(3) 式の両辺の温度 t に対する変化を求める。カツコの中の第2項を省略すると，

$$(\Delta f)_t \simeq (\Delta f_0)_t \quad\cdots\cdots(7)$$

となる。温度補償条件 $(\Delta f)_V=-(\Delta f)_t$ を満足させるためには，(6)式，(7)式より，$(\Delta f_0)_t \simeq -Kf_0\Delta V$ となり，さらに，この式の両辺を Δt で割ると，

$$\frac{(\Delta f_0)_t}{\Delta t}\simeq -Kf_0\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) \quad\cdots\cdots(8)$$

これが，温度補償実現の条件である。つまり，$(\Delta f_0)_t/\Delta t$ と $(\Delta V/\Delta t)$ とは互いに異符号となることがわかる。f_0 は温度 t に対して，Fig. 1 のような変化をするから，これを補償するのに必要な可変容量ダイオードのバイアス電圧 V（以下，これを補償電圧と呼ぶ）の温度 t に対する変化は，Fig. 4 のようになる。温度補償水晶発振器の構成を，Fig. 5 に示す。

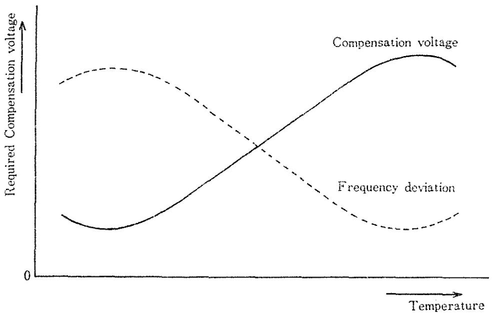

Fig. 4 Characteristics of required compensation voltage

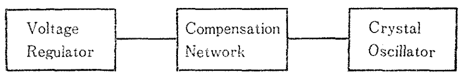

Fig. 5 Oscillator unit block diagram

3. 逐次近似法

温度補償を行なう温度範囲において，発振周波数を一定とするのに必要とされる補償電圧は，各発振器に対して，予め，測定されるものとするが，そのカーブが，概略的に，**Fig.** 4のようになることが明らかになったので，これを感温素子と抵抗からなる補償回路により得ることにする。その構成を **Fig.** 6 に示す。ここで，Vi は基準電圧（定電圧源より供給される），$V_0(t)$ は補償電圧である。感温素子として，サーミスタ R_{20}, R_{50}, R_{60} を用い，R_1, R_3, R_4 は抵抗とする。各素子の働きについて述べる。**Fig.** 7 において，a～b間

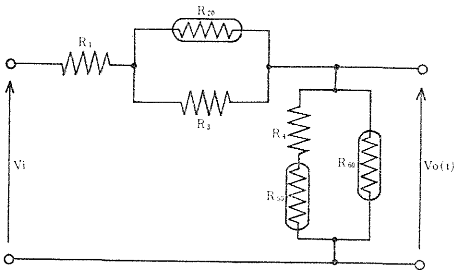

Fig. 6 Configuration of temperature-sensitive compensation network

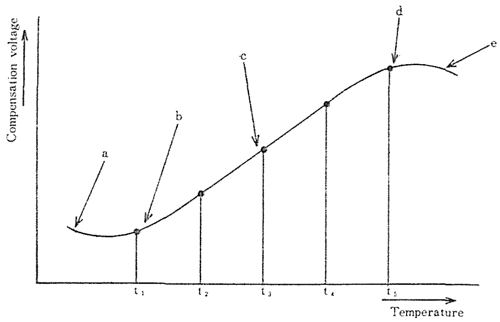

Fig. 7 Characteristics of compensation voltage

の電圧降下を主として，サーミスタ R_{50} の温度上昇による抵抗値の低下によるものとし，b～c～d 間の電圧上昇は主として，サーミスタ R_{20} の働きとする。d～e 間での電圧降下は，サーミスタ R_{60} の抵抗値の低下によるもので，R_1 がこれを補う。**Fig.** 6 の補償回路において，補償電圧の曲線に応じて，一挙に6つの素子の値を決定することは困難なので，R_{20} と R_{60} のサーミスタは前以って適当な値をとることとして，R_1, R_3, R_4 の抵抗とR_{50} のサーミスタの値を決定することにする。**Fig.** 7 において，温度補償を行なう温度範囲から，等間隔に，5 点の温度（t_1, t_2, t_3, t_4, t_5）を選び，この5点に対して，逐次近似を行なう。絶対温度 T におけるサーミスタの抵抗値 R は，次式に従うものとし，自己加熱はないものとする。

$$R=R_0\exp B\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right) \quad \cdots\cdots(9)$$

ここで，B はサーミスタ定数〔°K〕，R_0 は絶対温度 T_0（通常，298°〔°K〕）のときの抵抗値である。**Fig.** 6 において，温度 t における直列素子の合成抵抗を $R_S(t)$，並列素子の合成抵抗を $R_P(t)$ とすると，

$$R_S(t)=\left\{R_1+\frac{R_{20}(t)R_3}{R_{20}(t)+R_3}\right\} \quad \cdots\cdots(10)$$

$$R_P(t)=\left\{\frac{(R_4+R_{50}(t))R_{60}(t)}{R_4+R_{50}(t)+R_{60}(t)}\right\} \quad \cdots\cdots(11)$$

となる。ここで，$R_{20}(t)$, $R_{50}(t)$, $R_{60}(t)$ はそれぞれ，R_{20}, R_{50}, R_{60} のサーミスタの温度 t における抵抗値を表わす。また，$\phi(t)=R_S(t)/R_P(t)$ とおけば，

$$\phi(t)=\left(\frac{V_i}{V_0(t)}\right)-1 \quad \cdots\cdots(12)$$

となる。第1次近似として，

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= 0 \\ R_{50} &= 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(13)$$

とする。R_1 と R_{50} の値により，t_2 と t_4 の点から，R_3 と R_4 の値を決定する。(10)式より，t_2 と t_4 に対して，次式が成り立つ。

$$\left\{R_1+\frac{R_{20}(t)R_3}{R_{20}(t)+R_3}\right\}=\phi(t)\left\{\frac{(R_4+R_{50}(t))R_{60}(t)}{R_4+R_{50}(t)+R_{60}(t)}\right\} \cdots\cdots(14)$$

$R_3=x$, $R_4=y$ とおいて，これらの2つの式より，y を消去すると，x に関する2次式が得られる。

$$ex^2-[b(t_2)e-a(t_2)-f]x+[c(t_2)-b(t_2)f]=0 \cdots\cdots(15)$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned} a(t)&=\left\{\frac{\phi(t)R_{50}(t)R_{60}(t)-(R_1+R_{20}(t))(R_{50}(t)+R_{60}(t))}{R_1+R_{20}(t)-\phi(t)R_{60}(t)}\right\} \\ b(t)&=\left\{\frac{R_{20}(t)(\phi(t)R_{60}(t)-R_1)}{R_1+R_{20}(t)-\phi(t)R_{60}(t)}\right\} \\ c(t)&=\left\{\frac{\phi(t)R_{20}(t)R_{50}(t)R_{60}(t)-R_1R_{20}(t)(R_{50}(t)+R_{60}(t))}{R_1+R_{20}(t)-\phi(t)R_{60}(t)}\right\} \\ e&=\left\{\frac{a(t_4)-a(t_2)}{b(t_4)-b(t_2)}\right\} \\ f&=\left\{\frac{c(t_4)-c(t_2)}{b(t_4)-b(t_2)}\right\} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(16)$$

判別式 $D_1 \geqq 0$ のとき，$g=b(t_2)e-a(t_2)-f$ とおいて，x を求めると，$(g\pm\sqrt{D_1})/2e$ となり，$x=(g+\sqrt{D_1})/2e$ とする。したがって，R_3, R_4 は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} R_3&=\frac{\{b(t_2)a(t_4)-b(t_4)a(t_2)-c(t_4)+c(t_2)\}+\sqrt{\{b(t_2)a(t_4)-b(t_4)a(t_2)-c(t_4)+c(t_2)\}^2-4\{a(t_4)-a(t_2)\}\{c(t_2)b(t_4)-c(t_4)b(t_2)\}}}{2\{a(t_4)-a(t_2)\}} \\ R_4&=-\frac{\{a(t_4)-a(t_2)\}R_3+\{c(t_4)-c(t_2)\}}{b(t_4)-b(t_2)} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(17)$$

次に，上式で得られた R_3, R_4 の値により，t_1 と t_2 とから R_{50} を決定する。$R_S(t)$ は R_3 の値を代入することにより求まるから，$R_S(t)$ と $\phi(t)$ とから $R_P(t)$ を計算すると，

$$R_P(t)=\frac{R_S(t)}{\phi(t)} \cdots\cdots(18)$$

また，(11)式の $R_P(t)$ の式を $R_{50}(t)$ についてまとめ，(18)式による $R_P(t)$ の値を代入すれば，t_1, t_2 について次式が成立つ。

$$R_{50}(t)=-R_4+\frac{R_{60}(t)R_P(t)}{R_{60}(t)-R_P(t)} \cdots\cdots(19)$$

ここで，$R_{50}(t)=R_{50}\exp B\{1/(t+273)-1/(t_0+273)\}=R_{50}\theta(t)$ とおけば，

$$R_{50}=\frac{\left(\dfrac{R_{60}(t_2)R_P(t_2)}{R_{60}(t_2)-R_P(t_2)}\right)-\left(\dfrac{R_{60}(t_1)R_P(t_1)}{R_{60}(t_1)-R_P(t_1)}\right)}{\theta(t_2)-\theta(t_1)} \cdots\cdots(20)$$

次に，上式で得られた R_{50} と R_4 の値により，t_3 と t_5 とから，R_1 を決定する。R_4, R_{50}, R_{60} の値により，$R_P(t)$ が求まるから，$R_P(t)$ と $\phi(t)$ とから $R_S(t)$ を計算すると，

$$R_S(t)=\phi(t)R_P(t) \cdots\cdots(21)$$

また，(10)式の $R_S(t)$ の式を R_1 についてまとめ，(21)式による $R_S(t)$ の値を代入すれば，t_3, t_5 について次式が成り立つ。

$$R_1=\frac{R_3(R_S(t)-R_{20}(t))+R_{20}(t)R_S(t)}{R_{20}(t)+R_3} \cdots\cdots(22)$$

$R_1=z$ とおいて，これらの2つの式より，R_3 を消去すると，z に関する2次式が得られる。

$$pz^2-[(R_S(t_5)-R_{20}(t_5))p-q+R_{20}(t_5)]z+q(R_{20}(t_5)-R_S(t_5)) \\ -R_S(t_5)R_{20}(t_5)=0 \cdots\cdots(23)$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned} p&=\left\{\frac{R_{20}(t_5)-R_{20}(t_3)}{R_S(t_5)-R_S(t_3)-R_{20}(t_5)+R_{20}(t_3)}\right\} \\ q&=\left\{\frac{R_S(t_3)R_{20}(t_3)-R_S(t_5)R_{20}(t_5)}{R_S(t_5)-R_S(t_3)-R_{20}(t_5)+R_{20}(t_3)}\right\} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(24)$$

判別式 $D_2\geqq0$ のとき $r=(R_S(t_5)-R_{20}(t_5))p-q+R_{20}(t_5)$ とおいて，p を求めると，$(r\pm\sqrt{D_2})/2$ となり，$z=(r-\sqrt{D_2})/2p$ とする。したがって，R_1 は次のようになる。

$$R_1=\frac{\{(R_S(t_5)-R_{20}(t_5))p-q+R_{20}(t_5)\}-\sqrt{(R_S(t_5)-R_{20}(t_5))p-q+R_{20}(t_5)\}^2-4p\ \{(R(t_5)-R(t_5))q-R(t_5)R_{20})\}}}{2\ p} \cdots\cdots(25)$$

第2次近似として，第1次近似ではそれぞれ，0とした R_1, R_{50} に(25)式と(20)式による値を代入して，R_3, R_4 の値を修正する。これらの数値計算はすべて電子計算機で行ない，繰り返して逐次，近似度を高める。

4. 数値計算例

ここで，実測の補償電圧の代りに，素子の抵抗値として Table 1 の値を用いた補償回路の出力電圧を計算し，これを補償電圧のデータとして電子計算機に読み込ませ，逐次近似計算によって，もとの抵抗値に収束するかどうかを確かめた。Table 2 と Fig. 8 にこの補償電圧を示す。

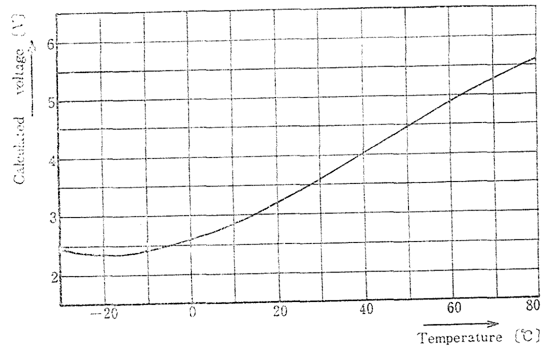

Fig. 8 Calculated compensation voltage

Table 3 は電子計算機による第1次近似から第15次近似までの計算結果である。Table 1 と Table 3 を比較してみると，次数が高くなるにつれて，次第に，もとの値に収束していくのがわかる。第15次近似における補償電圧の誤差は，−20°C〜75°C の温度範囲で±0.1%以下である。さらに，Table 2 の補償電圧に対して，Table 3 における初期条件のサーミスタ R_{20} の値やサーミスタ定数 B の値をかえて，近似計算を試みた。その第15次近似の計算結果を Table 4 に示す。いずれも，このときの補償電圧の誤差は，−20°C〜75°C の温度範囲で±1%以内である。

Table 1 Original values of compensation network

$V=7.90$[V] $B=3500$[°K]

R_1	1.056 [kΩ]
R_{20}	175.00 [kΩ]
R_3	264.480 [kΩ]
R_4	80.467 [kΩ]
R_{50}	1.943 [kΩ]
R_{60}	2000.00 [kΩ]

Table 2 Calculated compensation voltage

Temperature	Compensation voltage
−20 [°C]	2.364 [V]
−15	2.375
−10	2.415
− 5	2.482
0	2.575
5	2.692
10	2.833
15	2.994
20	3.174
25	3.370
30	3.579
35	3.797
40	4.020
45	4.245
50	4.467
55	4.683
60	4.891
65	5.088
70	5.273
75	5.445

Table 3 Computer calculated values of compensation network

$V=7.90$[V], $B=3500$[°K], $R_{20}=175.00$[kΩ], $R_{60}=2000.00$[kΩ]
$t_1=-20$[°C], $t_2=0$[°C], $t_3=20$[°C], $t_4=40$[°C], $t_5=60$[°C]

Order of approx.	R_1	R_3	R_4	R_{50}
1	0.000 [kΩ]	223.571 [kΩ]	76.244 [kΩ]	0.000 [kΩ]
2	0.193	248.159	78.311	1.283
3	0.345	256.330	79.041	1.683
4	0.547	259.956	79.538	1.820
5	0.699	261.890	79 860	1.880
6	0.802	263.030	80.066	1.912
7	0.868	263.732	43.747	1.931
8	0.910	264.173	80.281	1.942
9	0.937	264.451	80.333	1.949
10	0.954	264.627	80.367	1.954
11	0.965	264.739	80.388	1.957
12	0.971	264.809	80.401	1.958
13	0.976	264.854	80.409	1.960
14	0.978	264.883	80.415	1.960
15	0.980	264.900	80.418	1.961

Table 4 A few examples of design for the same compensation voltage

$t_1=-20$[°C], $t_2=0$[°C], $t_3=20$[°C], $t_4=40$[°C], $t_5=60$[°C]

	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3
V_i[V]	7.90	7.90	7.90
B[°K]	3000	3500	3500
R_1[kΩ]	1.465	1.563	0.215
R_{20}[kΩ]	175.00	150.00	200.00
R_3[kΩ]	569.471	226.480	303.742
R_4[kΩ]	97.162	69.018	91.856
R_{50}[kΩ]	10.535	1.678	2.248
R_{60}[kΩ]	2000.00	2000.00	2000.00

5. むすび

この逐次近似法により，水晶発振器の温度補償回路の設計が電子計算機を用いて高い近似度で，系統的に行なえることを明らかにした。今後の課題として，実測の補償電圧に対する初期設定のサーミスタ R_{20} と R_{60} の最適な値の組み合わせ，温度補償を行なう温度範囲における5点温度の最適な選び方などを検討したいと思う。

References

(1) Design and Development of Frequency Temperature Compensated Quartz Crystal Oscillator, C-1227( )/U by The Bendix Corporation, U. S. A (Sept. 1965)

(2) A. W. Warner: Design and Performance of Ultra-preciss 2.5 mc Quartz Crystal Units, B. S. T. J, **5** (1960) 1193