負荷抵抗が有限なるツーロン移相回路

関　山　正　憲

Phase-shifting Circuit by Toulon with a Limited Load Impedance

Masatoshi SEKIYAMA

Abstract: — The theory of the phase-shifting circuit by Toulon is limited in the case of no load. If the load becomes a finite impedance, how the matters change in it? With this point, this paper deals.

Giving the most probable value to each of the circuit elements, and changing them slightly to and fro about them, I got the several curves by means of a computer, and compared with each other. After all, I set up the proper values of the circuit elements.

1. まえがき

単相の交流電源よりそれと任意の位相差をもつ交流をつくり出すことは，サイリスターやトライアックの点弧角を制御する場合などに応用される重要な問題である。

本格的には扇風機のステーターのように電源の交流をコンデンサーと抵抗，または，インダクタンスと抵抗で位相分割し，それらを2組のコイルに入れて回転磁界をつくり，その中に置いた別のコイルに誘導される起電力を用いればよい。中のコイルの角度を変えることにより位相を変えることができる。

しかし，この方法は高価につくのでツーロンによる移相回路がよく用いられる。これは図1のようにコンデンサCと可変抵抗Rのつなぎ目M点と，2つの相等しいインピーダンスZのつなぎ目N点との間の電位差が，可変抵抗Rを変えることにより電源の位相より0～180°に亘って変えられるものである。しかし，この理論はMN端子間に結ばれる負荷インピーダンスが無限大の場合に限られる。これが有限の場合にどうなるかを電子計算機を用いて調べたのが本論文である。

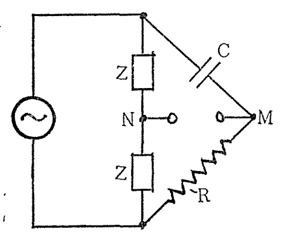

図 1

なお，負荷が有限なる場合としてSandeman氏は，図2のように，負荷も電源の内部インピーダンスも上下の両直列抵抗もすべて等しい場合に移相が可能であることを導いている。しかし，これは電源と負荷のインピーダンスが相等しいという特殊な場合なので考えないこととする。

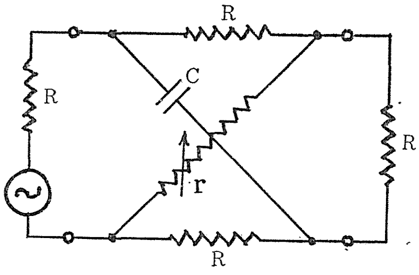

図 2

2. Rと位相角の関係

図3は，電源電圧 V をコンデンサー C と可変抵抗 R および2ケの相等しいインピーダンス Z にて分割し，それら分割点間に有限の負荷抵抗 P をつないだものである。

上の Z にながれる電流を I_1，C および P にながれる電流をそれぞれ I_2，I とすると，下の Z には I_1-I，R には，I_2+I がながれる。すると

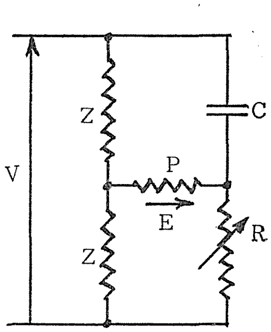

図 3

$$\left.\begin{aligned} V&=(2I_1-I)Z \\ ZI_1+PI&=I_2/(jwC) \\ Z(I_1-I)&=PI+R(I_2+I) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(2.1)$$

が成立する。これより出した I に P/V を乗ずると

$$\frac{PI}{V}=\frac{P(1-jwCR)}{Z+2P+2R+jwCR(Z+2P)}\cdots\cdots(2.2)$$

これは電源電圧 V を基準としたときの出力電圧 PI のベクトルを示す。この絶対値を Y とすると出力電圧は YV で表わされる。しかるに

$$Y=P\sqrt{\frac{1+w^2C^2R^2}{(Z+2P+2R)^2+\omega^2C^2R^2(Z+2P)^2}}\cdots\cdots(2.3)$$

次に，電源電圧と出力電圧間の位相角 A をしらべるため，(2.2) を有利化すると

$$\frac{PI}{V}=\frac{Z+2P+2R-w^2C^2R^2(Z+2P)-jwCR(Z+2P+R)\times 2}{[(Z+2P+2R)^2+w^2C^2R^2(Z+2P)^2]/P}$$

この分子より位相角は

$$A=tan^{-1}\frac{-wCR(Z+2P+R)\times 2}{Z+2P+2R-w^2C^2R^2(Z+2P)}\cdots\cdots(2.4)$$

(2.3) および (2.4) を電子計算機にかけるため

$f=50Hz$

$w=2\pi f=314.159$rad/sec

$C=2\mu F=2\times 10^{-6}F$

としてプログラム (HARP 103) をつくると次のようになる。

```
DIMENSIŌN  P(5), Z(3), A(3), Y(3)
READ 1, P, Z
DŌ 20  N=1, 5
```

```
      DŌ 20 I=1,10
      R=I
      DŌ 19 M=1, 3
      X=-0.628318*R*2.*(Z(M)+R+2.*P(N))/(Z(M)+2.*R+2.*P(N)-
        (0.628318*R)**2*(Z(M)+2.*P(N)))
      A(M)=ATANF(X)*180./3.14159
19    Y(M)=P(N)*SQRTF((1.+(0.628318*R)**2)/((Z(M)+2.*R+2.*P
      (N))**2+(0.628318*R*(Z(M)+2.*P(N)))**2))
20    PRINT 30, (A(M), Y(M),M=1, 3)
30    FŌRMAT(3(F15.8, F15.8))
      STŌP
      END
```

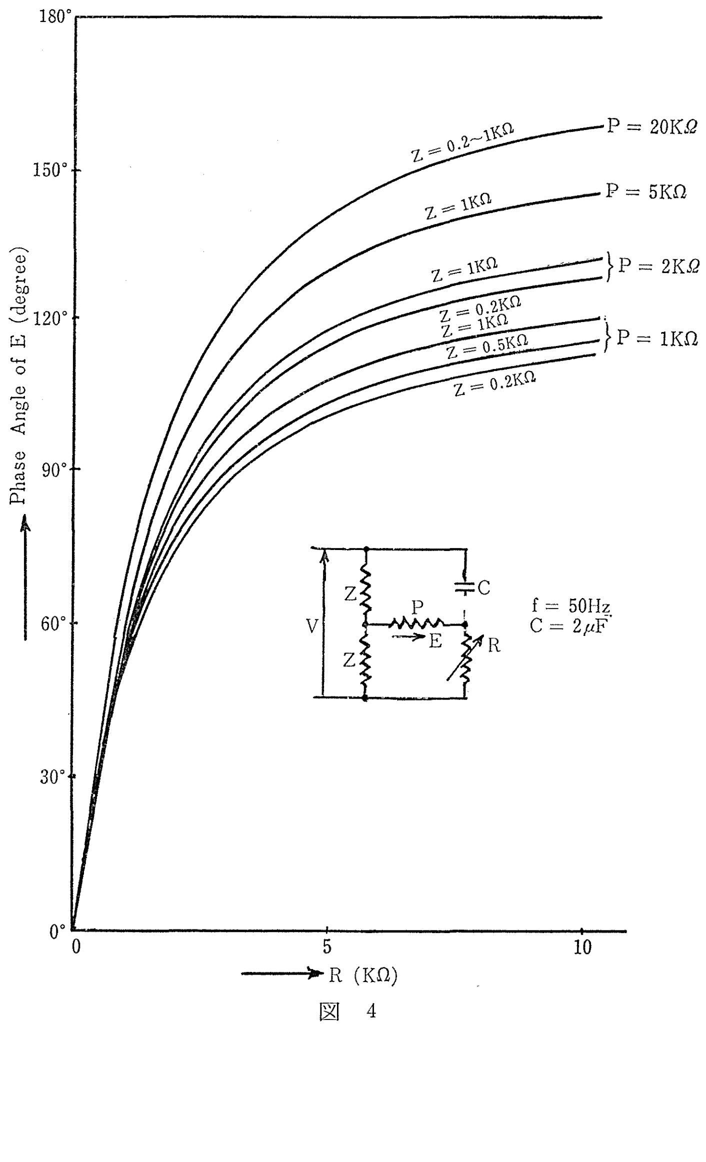

図 4

1. 2. 5. 10. 20. 0.2 0.5 1.0

以上のプログラムで算出されたデータは省略するが，次のことはいえる。すなわち，R が変わるために生ずる Yの変化はせいぜい10%までである。しかるに，ゲートへの入力パルスの大きさは Y に比例するので，R の変化による点弧の失敗をほとんどおこらなくできる。

次に A につきプロットすると，図4に示すグラフとなる。これによれば，Rの変化が $0\sim5k\Omega$の間に大きく変わり，$5k\Omega$以上ではあまり変わらないことがわかる。

3. Rと直流平均電流

弧点角の大小は出力の直流平均電流にどのような影響があるかを考える。

図5のように半波整流のとき，点弧角を A，電気角を x とすると図6のハッチングを施した部分のように導通する。したがって

$$\text{直流平均電流}=\frac{1}{2\pi}\int_A^\pi I_m sinx\ dx=\frac{I_m}{2\pi}(1+cosA)\cdots\cdots(2.25)$$

となる。

然るに，Aは前項でのべた通りRの関数なので，R の変化に対する直流平均電流への影響を総合して考えることができる。すなわち，直流平均電流の瞬間最大電流 I_m に対する割合をDとすると，(2.4) を (2.5) に入れることにより

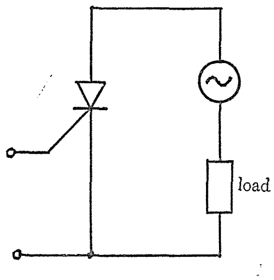

図　5

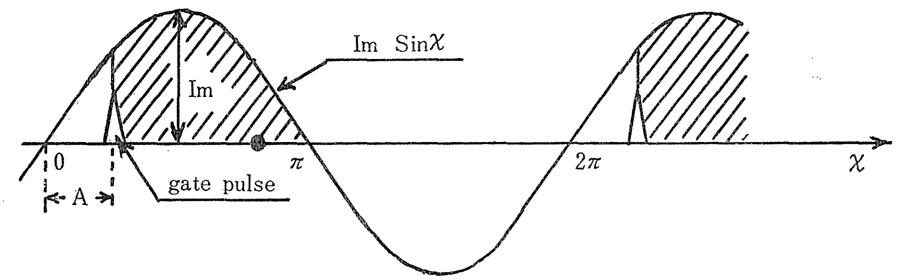

図　6

$$D=\frac{1}{2\pi}\left[1+\frac{Z+2P+2R-wCR)^2(Z+2P)}{\sqrt{\{Z+2P+2R-(wCR)^2(Z+2P)\}^2+\{2wCR(Z+2P+R)\}^2}}\right]\cdots\cdots(2.6)$$

ここで，$f=50Hz$, $Z=1k\Omega$, $P=5k\Omega$とすると

$$D=\frac{1}{2\pi}+\frac{11+2R-(wCR)^2\times11}{2\pi\sqrt{\{11+2R-(wCR)^2\times11\}^2+\{wCR\times2\times(11+R)\}^2}}$$

$$Y=5\sqrt{\frac{1+(wCR)^2}{(11+2R)^2+(wCR\times11)^2}}$$

この Yは (2.3) のときと同意に用いてある。Dおよび Yを電子計算機にかけてとくと

きのプログラム (HARP 103) を掲げると

```
      DIMENSIŌN C(3), D(3), Y(3)
      READ 1, C
      DŌ 20 I=1, 10
      R=I
      W=0.314159
      DŌ 19 J=1, 3
      D(J)=(11.+2.*R-(W*C(J)*R)**2 *11.)/(SQRTF(11.+2.*R-(W*C(J)
      *R)**2*11.)**2+(W*C(J)*R*2.*(11.+R))**2)*6.28318)+1./6.28318
19    Y(J)=5.*SQRTF((1.+W*C(J)*R)**2)/((11.+2.*R)**2+(W*C(J)*
      R*11.)**2))
20    PRINT 30, (D(J), y(J), J=1, 3)
30    FŌRMAT (3(F15.8, F15.8))
      STŌP
      END
```

0.5 1. 2.

この結果をDについてプロットすると図7のようになる。この図よりいえることは$R=0\sim6k\Omega$, $C=2\mu F$ の場合が最も使いやすいこと。もし，可変抵抗器Rを対数型に選択できたなら総合特性にて直線状に近くできることである。

Yについては，その細かいデータを省くが，変化範囲の上限と下限は，Cの 0.5μF, 1μF, 2μFの各々につきそれぞれ 0.26～0.38, 0.34～0.38, 0.39～0.41となる。これにて，Cは大きいほど変化が少くなり，10%にその変動を抑えるためには 2μF 以上なることが必要となることがわかる。

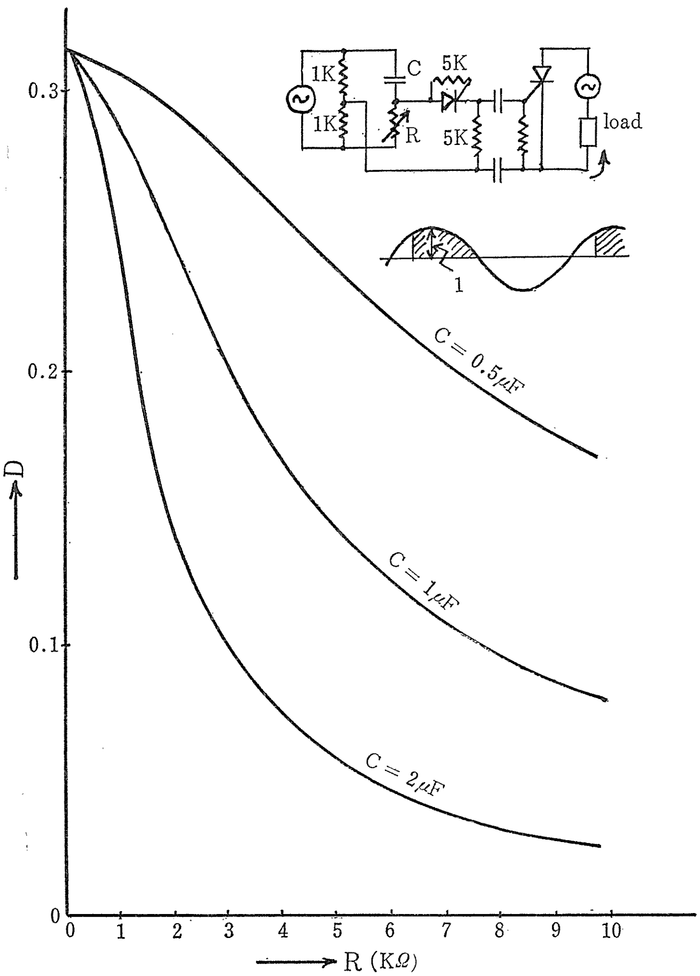
1K
1K
C
5K
R
5K
load
1
C = 0.5μF
C = 1μF
C = 2μF
0.3
0.2
0.1
0
D
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
R (KΩ)

図 7