

分岐管における脈動流に関する研究

吹田 年*, 川又正昭*, 佐久間直勝**

(昭和53年9月7日受理)

The Study of Pressure Pulsations in the Branching Pipeline Systems

MINORU SUITA, MASAOKI KAWAMATA and NAOKATSU SAKUMA

Abstract: — In recent years, plants have become to be large and have been operated by the high-pressure. If steady-oscillatory flows in the pipeline systems produce pressure pulsations which may be amplified, the pipeline systems become dangerous states because of high pressure pulsations. So it is very important to develop the calculation methods in order to analyze the problems of pressure pulsations in the pipeline systems. Many researchers try to do it. In this study, the method of hydraulic impedance which is proposed by V.L. Streeter, is used as the calculation method. This paper presents the calculation methods for pressure pulsation in the branching pipeline systems and confirms their validity by experiments. The pipeline systems used in this study have the branching pipes on the way. The steady oscillatory flows are transmitted to the up-stream end of the pipeline systems. Pressure pulsations are measured at the several points of the pipeline systems by the pressure transducers. The conditions of branching pipes are follows at the down-stream end.

- (1) Both ends are opened.
- (2) One end is opened and another is closed.
- (3) One end is opened and another has a valve.

The calculated values are in good agreement with the experimental values respectively. The theoretical equations in this paper are useful to analyze the pressure pulsations in branching pipeline systems. The pressure pulsations of branching pipeline systems with various kinds of length are computed. The results are obtained that branching pipes, changing the branch point and the pipe length, have influence on the reducing the pressure pulsations within the operating angular frequency. In addition, when the ratio of each pipeline length is constant, even if the total length is different, the resonance angular frequency is inversely proportional to the pipeline length. And the resonance angular frequency of the other pipeline systems is easily found out by getting the one of the characteristic pipe length.

1 まえがき

化学プラントなどの複雑な配管系において、ポンプ、圧縮機などに起因する脈動圧が管内の流れに加わる場合、各管内には予測しない高圧振動を引き起すことがあり、安全性の上から充分注意すべき問題である。本報においては分岐管の一端から脈動圧を作用させ、その管ならびに他の管の各点における圧力振動を、流体インピーダンス法⁽¹⁾により角周波数 $1 \sim 10 \text{ rad/s}$ の範囲で理論的に計算し、これらの結果を実験により検証している。両者にはよい一致が見られる。分岐管は2本を用い下流端の条件としては、(1)一端開放、他端閉鎖、(2)両端開放、(3)一端開放、他端に弁のある場合、の3種類を用い検討している。

* 茨城大学工学部機械工学科（日立市中成沢町）

** 東北電力株式会社（仙台市一番町）

つぎに下流が2本である種々の長さの分岐管路を想定して、キャピテーションを生じないという仮定のもとで、理論計算により各管路で生ずる圧力脈動値を検討している。作用する脈動圧が管路系の共振条件に近づけば、非常に大きな圧力脈動を発生し危険である。また分岐管の取付位置、分岐管の長さを適切に取ることにより使用する角周波数内での圧力脈動値を小さくすることも出来るなどと結んでいる。

2 理論式

流体インピーダンス法のご概念については、異径管路に関する研究の報告⁽²⁾の中であげておいた。

2.1 単純管路における流体インピーダンス

Fig. 1のような水平な単純管路を考える。この管路の任意の点 x における水頭および流量の変動成分はストリータによりそれぞれ次式のように表わされる。

$$h'(x, t) = H(x)e^{i\omega t}$$

$$= H_R \cosh \gamma x - Q_R Z_C \sinh \gamma x \quad \dots\dots(1)$$

$$q'(x, t) = Q(x)e^{i\omega t}$$

$$= -\frac{H_R}{Z_C} \sinh \gamma x + Q_R \cosh \gamma x \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 x は管軸にそった座標、 t は時間、 H は水頭、 Q は流量、 Z_C は管路の特性インピーダンス、 h' は水頭の変動成分、 q' は流量の変動成分、 γ は伝ば定数と呼ばれ式(3)で示される。添字 R は上流端を、 S は下流端を示し、 i は虚数単位を表わす。

$$\gamma^2 = \omega \cdot \frac{gA}{a^2} \sqrt{\left(\frac{\omega}{gA}\right)^2 + R^2}$$

$$\times \exp \left[i \left(\pi - \tan^{-1} \frac{RgA}{\omega} \right) \right] \quad \dots\dots(3)$$

ここで ω は角振動数、 g は重力の加速度、 A は管の断面積、 a は管内の圧力波の伝ば速度、 R は線形化された管路の単位長さ当りの抵抗を表わし、乱流に対しては、 $n = 2$ として、

$$R = nfQ^{-(n-1)} / 2gDA^n \quad \dots\dots(4)$$

ここで f は管摩擦係数、 D は管の直径を表わす。

さて式(1)、(2)で $x = L$ における値は、

$$H_S = H_R \cosh \gamma L - Q_R Z_C \sinh \gamma L \quad \dots\dots(5)$$

$$Q_S = -\frac{H_R}{Z_C} \sinh \gamma L + Q_R \cosh \gamma L \quad \dots\dots(6)$$

と表わされる。ただし L は管路長さを表わす。式(1)、(2)より任意の点 x における流体インピーダンス $Z(x)$ は次のように求められる。

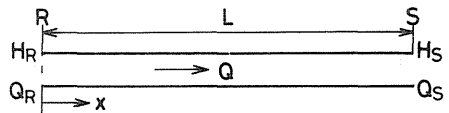


Fig. 1 Simple pipeline.

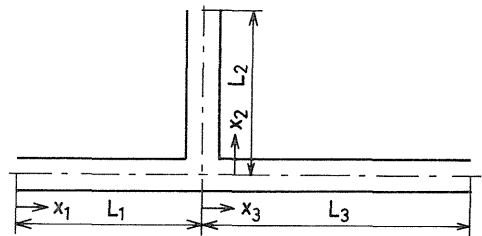


Fig. 2 Pipeline system with three way branch.

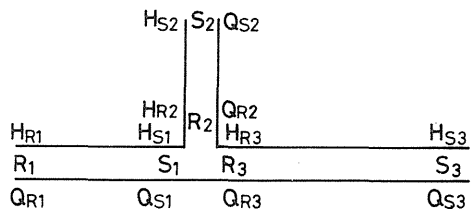


Fig. 3 Symbols at the branch system.

$$Z(x) = \frac{H(x)e^{i\omega t}}{Q(x)e^{i\omega t}} = \frac{Z_R - Z_c \tanh \gamma x}{1 - (Z_R/Z_c) \tanh \gamma x} \dots\dots\dots(7)$$

式(7)より, 上流端および下流端における流体インピーダンス Z_R, Z_S は次のように求められる。

$$Z_R = \frac{Z_S + Z_c \tanh \gamma L}{1 + (Z_S/Z_c) \tanh \gamma L} \dots\dots\dots(8)$$

$$Z_S = \frac{Z_R - Z_c \tanh \gamma L}{1 - (Z_R/Z_c) \tanh \gamma L} \dots\dots\dots(9)$$

2.2 分岐管をもつ場合の流体インピーダンス

Fig. 2 に示すような水平面内にある分岐管を考える。分岐は2本に分れているものとする。座標軸は各管路ごとに図示のようにとり, 各管路の諸量を表わすのに, 添字 1, 2, 3 を用いる。**Fig. 3** は各管路の上流端下流端を表わす記号, ならびに水頭と流量の記号を表わす。

分岐点における条件は次式のようなものである。

$$H_{S1} = H_{R2} = H_{R3} \dots\dots\dots(10)$$

$$Q_{S1} = Q_{R2} + Q_{R3} \dots\dots\dots(11)$$

式(10)は分岐点における水頭は各管路とも等しいことを表わしたものであり, 式(11)は分岐点における連続式である。式(10), (11)を用い流体インピーダンスの定義式より次式が導びかれる。

$$Z_{S1} = \frac{Z_{R2} Z_{R3}}{Z_{R2} + Z_{R3}} \dots\dots\dots(12)$$

2.2.1 分岐管の下流端が一端開放, 他端閉鎖の場合

分岐した第2管路の下流端が閉鎖され, 第3管路の下流端が開放されている場合を考える。第2, 第3の管路の下流端においては,

$$Q_{S2} = 0, \quad H_{S3} = 0 \dots\dots\dots(13)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{S2} &= \frac{H_{S2}}{Q_{S2}} = \infty \\ Z_{S3} &= \frac{H_{S3}}{Q_{S3}} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

式(14)を式(8)に代入し, 第2, 第3管路の上流端の流体インピーダンスを求めると,

$$Z_{R2} = \frac{Z_{C2}}{\tanh \gamma_2 L_2} \dots\dots\dots(15)$$

$$Z_{R3} = Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3 \dots\dots\dots(16)$$

式(15), (16)を式(12)に代入し Z_{S1} を求めると,

$$Z_{S1} = \frac{Z_{C2} Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3}{Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \dots\dots\dots(17)$$

式(17)を式(8)に代入して第1管路の上流端のインピーダンスを求めると、

$$Z_{R1} = \frac{Z_{C1} \{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \dots\dots\dots(18)$$

となる。式(1)を第1管路に適用し、流体インピーダンスを用いて表わすと、

$$h'_1 = Q_{R1} (Z_{R1} \cosh \gamma_1 x_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 x_1) \dots\dots\dots(19)$$

同様のことを第2管路に対して行なうと、

$$h'_2 = H_{R2} (\cosh \gamma_2 x_2 - \frac{Z_{C2} \sinh \gamma_2 x_2}{Z_{R2}}) \dots\dots\dots(20)$$

ここで h'_1 などは $h'(x, t)_1$ などを簡単に表わしたものである。式(5)、式(10)により

$$H_{S1} = H_{R1} \cosh \gamma_1 L_1 - Q_{R1} Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1 \dots\dots\dots(21)$$

式(2)を式(10)を用いて式(20)に代入すると、

$$h'_2 = Q_{R1} (Z_{R1} \cosh \gamma_1 L_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1) (\cosh \gamma_2 x_2 - \frac{Z_{C2} \sinh \gamma_2 x_2}{Z_{R2}}) \dots\dots\dots(22)$$

第3管路についても同様に、

$$h'_3 = Q_{R1} (Z_{R1} \cosh \gamma_1 L_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1) (\cosh \gamma_3 x_3 - \frac{Z_{C3} \sinh \gamma_3 x_3}{Z_{R3}}) \dots\dots\dots(23)$$

式(19)、(22)、(23)に式(18)、(15)、(16)の Z_{R1} 、 Z_{R2} 、 Z_{R3} を代入して次式が求められる。

$$h'_1 = Q_{R1} \left[\frac{Z_{C1} \{Z_{C3} \cdot Z_{C2} \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \right. \\ \left. \times \cosh \gamma_1 x_1 - Z_{C1} \cdot \sinh \gamma_1 x_1 \right] \dots\dots\dots(24)$$

$$h'_2 = Q_{R1} \left[\frac{Z_{C1} \{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \right. \\ \left. \times \cosh \gamma_1 L_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1 \right] \times (\cosh \gamma_2 x_2 - \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \sinh \gamma_2 x_2) \dots\dots\dots(25)$$

$$h'_3 = Q_{R1} \left[\frac{Z_{C1} \{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} + Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \right. \\ \left. \times \cosh \gamma_1 L_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1 \right] \times \left(\cosh \gamma_3 x_3 - \frac{\sinh \gamma_3 x_3}{\tanh \gamma_3 L_3} \right) \dots\dots\dots(26)$$

上の3式は第1、第2、第3管路の任意の点における水頭の変動成分を表わす。

2.2.2 分岐管の下流端が両端開放の場合

第2、第3管路の下流端がいつでも大気に開放されている場合を考える。下流端における条件は次の通りである。

$$H_{S2} = 0, \quad H_{S3} = 0 \dots\dots\dots(27)$$

$$Z_{S2} = \frac{H_{S2}}{Q_{S2}} = 0, \quad Z_{S3} = \frac{H_{S3}}{Q_{S3}} = 0 \quad \dots\dots\dots(28)$$

式(28)を式(8)に代入して次式が求められる。

$$Z_{R2} = Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 \quad \dots\dots\dots(29)$$

$$Z_{R3} = Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3 \quad \dots\dots\dots(30)$$

式(2), 式(6), 式(29)により,

$$Z_{S1} = \frac{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3}{Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3} \quad \dots\dots\dots(31)$$

式(31)を式(8)に代入すると,

$$Z_{R1} = \frac{Z_{C1} \{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \quad \dots\dots\dots(32)$$

2.2.1 節と同じ方法で次の3式が求められる。

$$h'_1 = Q_{R1} \left[\frac{Z_{C1} \{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} \cdot \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \right. \\ \left. \times \cosh \gamma_1 x_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 x_1 \right] \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$h'_2 = Q_{R1} \left[\frac{Z_{C1} \{Z_{C2} Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \right. \\ \left. \times \cosh \gamma_1 L_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1 \right] \times \left(\cosh \gamma_2 x_2 - \frac{\sinh \gamma_2 x_2}{\tanh \gamma_2 L_2} \right) \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$h'_3 = Q_{R1} \left[\frac{Z_{C1} \{Z_{C2} \cdot Z_{C3} \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3 + Z_{C1} \tanh \gamma_1 L_1 (Z_{C2} \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3)\}}{Z_{C1} (Z_{C2} \cdot \tanh \gamma_2 L_2 + Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3) + Z_{C2} \cdot Z_{C3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \cdot \tanh \gamma_2 L_2 \cdot \tanh \gamma_3 L_3} \right. \\ \left. \times \cosh \gamma_1 L_1 - Z_{C1} \sinh \gamma_1 L_1 \right] \times \left(\cosh \gamma_3 x_3 - \frac{\sinh \gamma_3 x_3}{\tanh \gamma_3 L_3} \right) \quad \dots\dots\dots(35)$$

2.2.3 分岐管の下流端が一端開放, 一端に弁のある場合

第3管路の下流端を開放とし, 第2管路の下流端に弁のある場合を考える。この場合の端末条件は

$$H_{S3} = 0, \quad Z_{S2}^{(1)} = \frac{2\bar{H}_{S2}}{\bar{Q}_2}, \quad Z_{S3} = \frac{H_{S3}}{Q_{S3}} = 0 \quad \dots\dots\dots(36)$$

ここで, \bar{H} , \bar{Q} はそれぞれ平均水頭および平均流量を表わす。

式(36)を式(8)に代入して, 第2第3管路の上流端の流体インピーダンスを求めると,

$$Z_{R2} = \frac{Z_{C2} (2\bar{H}_{S2} + Z_{C2} \cdot \bar{Q}_2 \tanh \gamma_2 L_2)}{Z_{C2} \cdot \bar{Q}_2 + 2\bar{H}_{S2} \cdot \tanh \gamma_2 L_2} \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$Z_{R3} = Z_{C3} \tanh \gamma_3 L_3 \quad \dots\dots\dots(38)$$

また式(22)を式(8)に代入して Z_{R1} を求めると、

$$Z_{R1} = \frac{Z_{C1} \{ Z_{R2} \cdot Z_{R3} + Z_{C1} (Z_{R2} + Z_{R3}) \cdot \tanh \gamma_1 L_1 \}}{(Z_{R2} + Z_{R3}) Z_{C1} + Z_{R2} \cdot Z_{R3} \cdot \tanh \gamma_1 L_1} \dots\dots\dots(39)$$

式(19), 式(22), 式(23)と全く同一式として h'_1, h'_2, h'_3 が求められる。これらの式の中の Z_{R1}, Z_{R2}, Z_{R3} に対し式(39), 式(37), 式(38), 式を代入すれば、それぞれの水頭変動成分が求められる。

3 実験装置および実験方法

Fig.4は実験装置の概略を示す。下部タンク2よりオーバーフローを持つ上部タンク1にうず巻ポンプにより揚水し、タンクの底部より4インチの塩化ビニール管により水を供試管路に導びく。途中でスルース弁を置き流量の調節を行なう。供試管路には内径5.29mmの鋼管を用い水平に設置し、途中でチーズを取付け分岐させた。上流端から分岐

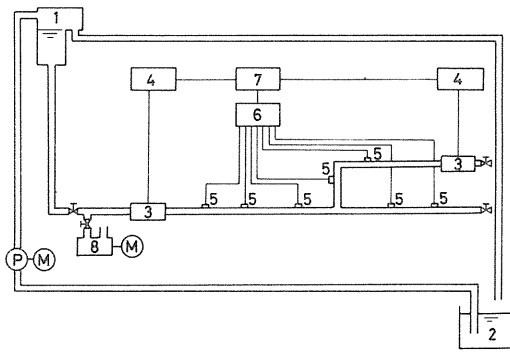


Fig. 4 Schematic diagram of the apparatus.

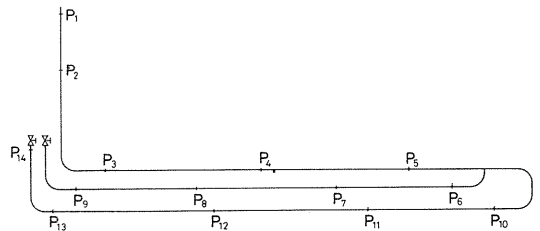


Fig. 5 Pressure transducer taps.

Table 1 Length of pipelines.

Pipe line	A	B
L ₁	9.09 m	51.55 m
L ₂	10.50 m	41.75 m
L ₃	21.14 m	49.05 m

点までを第1管路、分岐後を第2, 第3管路と呼ぶ。各管路には、Fig.5に示すように圧力測定のためのタップが数ヶ所取り付けられている。第1管路の上流端には往復ポンプ式の脈動流発生装置を取り付けた。これによればほぼ正弦波曲線状の流量変動を発生する。このポンプには可変速電動機を接続した。Fig.4の8がこれを表わす。同図の3は電磁流量計である。圧力ならびに流量は電磁オシログラフに記録した。第2, 第3管路の下流端にはスルースバルブを取り付け端末条件に合せて操作した。供試管路を流れた水は下部タンクに戻り循環する。Table 1は2種類の供試管路A, Bの寸法を示す。

管内の圧力波の伝ば速度は、管内に流水しておき下流の弁を急閉鎖することにより記録される2点間の圧力線図より求めた。その結果の平均値は1300m/sであった。

供試管の管摩擦係数は実測した結果ほぼブラジウスの式に一致したので、数値計算にはブラジウスの式⁽³⁾を用いた。

分岐損失については、供試管路で定常流れをつくり測定を行ったが、その結果の数値は小さく、実験に用いる管路長さ程度においては管摩擦損失に比べて無視できる程度であったので、これを無視した。

4 実験結果および考察

4.1 分岐管の下流端が一端開放, 他端閉鎖の場合

Fig.6はTable 1の管路Aを用い、第2管路の下流端を閉鎖した場合の各管路における水頭脈動値の振巾を|H|

として縦軸に、横軸に管路長さをとり表わしたものである。ただし第2管路では長さを縦軸に、 $|H|$ を横軸にとっている。加えた角周波数は $\omega = 2.0, 5.0, 8.0 \text{ rad/s}$ の3種類であり、第1管路の平均流量は $0.0036 \text{ m}^3/\text{s}$ であった。図中の実線は計算値を示し、記号 \circ, Δ, \square は実験値を示す。図によれば計算値と実験値には比較的良好な一致が見られる。

つぎに同じ管路Aについて、平均流量をかえ、また角周波数も変化させて多数の実験を行い次のような結果を得た。管路が共振を起す以前の状態では、圧力脈動は脈動流の入力点(第1管路の上流端)で最も大きく、下流側に向かって第1管路より第3管路にわたり減少する。第3管路の下流端付近においてはやや急激に減少する。第2管路における脈動値は、ほとんど一定であるが、下流側に向かってわずかに大きくなる。同一の座標点における圧力脈動は角周波数の増加とともに大きくなり、管路に振動を生じ、金属音を発生するようになる。このような状態では計算値と実験値はくいちがってくる。この原因としては脈動する流量の平均流量に対する割合が大きくなるためと、管路内および脈動流発生装置内にキャピテーションを発生していることが考えられる。

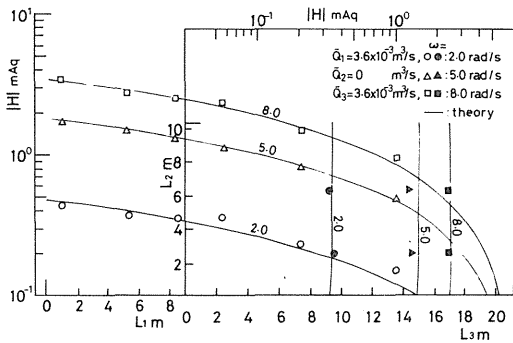


Fig. 6 Pressure amplitude vs. pipe length on the condition that one end is opened and another is closed.

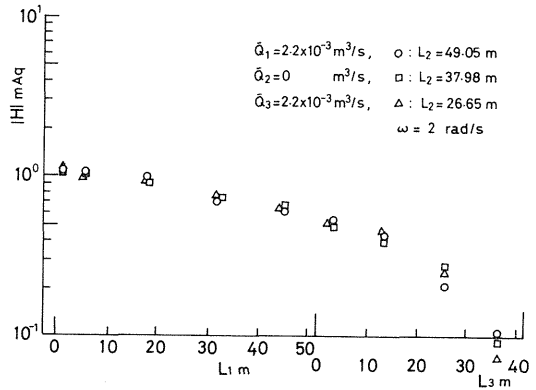


Fig. 7 Pressure amplitude vs. pipe length by the difference of the second pipe length, the end condition is the same to Fig. 6.

Fig. 7 は $L_1 = 51.55 \text{ m}$, $L_3 = 41.75 \text{ m}$ として固定し、第2管路の長さを $L_2 = 49.05, 37.98, 26.65 \text{ m}$ と変化させた場合の実験結果を示したものである。これによれば角周波数が小さいうちは、下流端を閉鎖した第2管路の長さを変化しても、第1, 第3管路における圧力脈動には大きな影響を及ぼさないことがわかる。

4.2 分岐管の下流端が両端開放の場合

Fig. 8 は分岐管の下流端が共に開放の場合の計算結果と実験結果を対比した例である。管路はTable 1のBのものであり、 $\omega = 2.0, 4.0, 6.0 \text{ rad/s}$ を用いている。計算値と実験値はほぼ一致する。第1管路の平均流量を $0.0011 \sim 0.0039 \text{ m}^3/\text{s}$ の間で6種類、角周波数を 12 rad/s までの範囲で実験を行った。これらの結果として、管路が共振を起す以前においては、圧力脈動値は脈動流を与える点で最も大きく、下流側に向かって減少し、分岐後も第2, 第3管路共減少を示し、開放端近くで急に減少する。同一の座標点においては角周波数の増加と共にその値を増す。角周波数が更に増加すれば、計算値、実験値の一致は悪くなる。

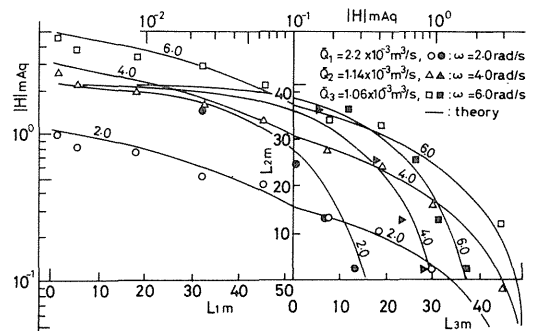


Fig. 8 Pressure amplitude vs. pipe length on the condition that both ends are opened.

4.3 分岐管の下流端が一端開放，他端に弁のある場合

Fig. 9 は管路に **Table 1** の **B** のものを用い，第2管路の下流端に弁を置き，第3管路の下流端を開放とし，角周波数 $2.0, 5.0 \text{ rad/s}$ の場合につき実験を行った結果である。第2，第3管路の流量比 $1:2$ になっている。他に流量比 $1:3, 1:4$ の場合につき実験を行い，つぎの結果を得た。共振を起すまでの脈動流の状態では，脈動流の入力点で圧力脈動値は最も大きく，下流側に向かって減少する。開放管の方は更に減少し，開放端近くで減少の割合が急に大きくなる。弁のある第2管路も同様に下流に向かって減少していくが，その程度は開放管ほど大きくない。第1管路の平均流量が同じ場合，開放管路に対する絞り管路の流量が小さくなる程弁のある管路に発生する圧力脈動の下流側への減少の程度は小さくなる。また第1管路と開放管路の圧力脈動に対する流量比による影響はほとんど見られない。弁のある管路と開放管路の平均流量比が同一の場合には，弁のある管路の圧力脈動は角周波数の増加と共に下流側への減少程度を大きくする。

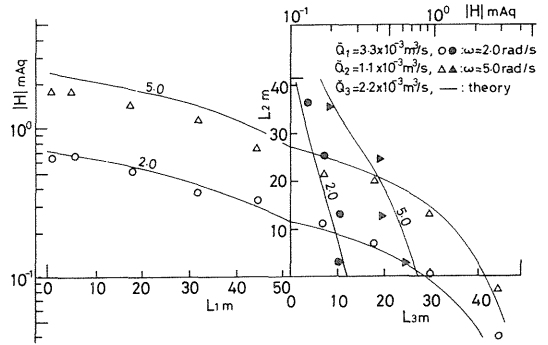


Fig. 9 Pressure amplitude vs. pipe length on the condition that one end is opened and another has a valve.

4.4 分岐管の下流端が一端開放，他端閉鎖の場合の計算による検討

以上述べたように計算結果と実験結果にはほぼよい一致が見られたので，管内にはキャビテーションを生じないという仮定のもとで，一端開放，他端閉鎖の場合につき実験条件の中を広げ計算により検討した。以下結果の要点を説明する。

- (1) $L_1 = L_2 = L_3 = 100 \text{ m}$, $D_1 = D_2 = D_3 = 0.0529 \text{ m}$, $\bar{Q} = 0.0022 \text{ m}^3/\text{s}$, ω は 50 rad/s まで，脈動流量の最大値 $0.00022 \text{ m}^3/\text{s}$ として各管路における上昇水頭の最大値を電子計算機により求め，図示したものが **Fig. 10, 11, 12** である。それぞれ第1，第2，第3管路におけるものである。ここで第2管路が閉鎖端をもつ管路である。これらの図から圧力脈動値はある角周波数のとき非常に大きくなっていることがわかる。この周波数（共振周波数）で脈動流が加わることは非常に危険である。
- (2) $L_1 = L_2 = L_3 = 50 \text{ m}$ の管路とし，他の条件は(1)と同一とした。この管路系においては一次共振角周波数は各管路とも等しいが，二次の共振角周波数は第1，第2管路で等しく第3管路ではこのとき吸振の状態にある。このことは(1)の場合も同様であって， $L_1 = L_2 = L_3$ の管路の特徴と考えられる。
- (3) 第1，第3管路の長さを一定に保ち，第2管路の長さを変化させて脈動値への影響を検討した。すなわち， $L_1 = L_3 = 50 \text{ m}$, $L_2 = 25, 50, 75 \text{ m}$, $\omega = 12 \text{ rad/s}$ ，他の条件は(1)の場合と同一とした。この場合については先に実験結果で第2管路の長さの違いによる影響は小さいと述べたが，角周波数がこの計算例のように大きくなると，閉鎖端をもつ管路が短い方が同じ角周波数で圧力脈動値は小さくなる。
- (4) 管路長さとの共振を起す周波数の関係につき検討した。**Fig. 13** はこの結果をまとめて示したものである。図により，各管路長さの比が同一であれば，他の設定条件が同一であれば，管路長さとの共振を起す周波数は逆比例の関係となることがわかる。
- (5) $L_1 + L_3 = \text{一定}$, $L_2 = \text{一定}$ とし分岐点の位置を変化させた場合を検討した。その結果は分岐点の位置を変化させれば圧力脈動値は変化するとの結果を得た。この結果を実用上応用するには管路の共振周波数を是非問わず上げたい場合は分岐管路を，第1管路を長くとり，第3管路を短かくとって取付ければよい。

4.5 考 察

本研究に用いた実験装置では，角周波数をあげて行くと管路が小振動を起し，また金属音を発生した。これは共振周波数に近い状態であって，このような状態では電磁流量計の追従性が問題となり，また記録された圧力波形は激し

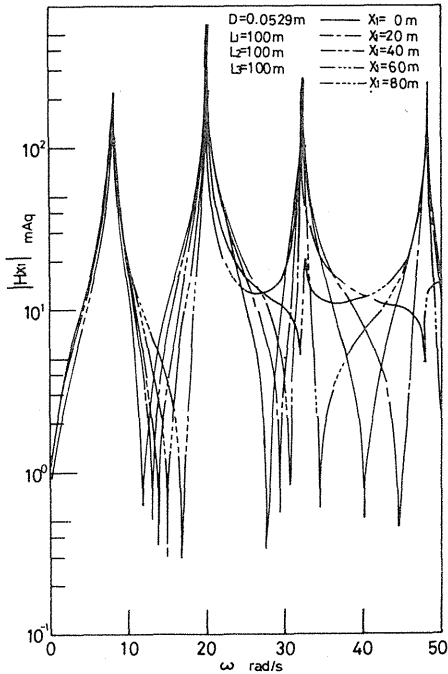


Fig. 10 Pressure amplitude vs. angular frequency at points of the first pipe, on the condition one end is opened, another is closed.

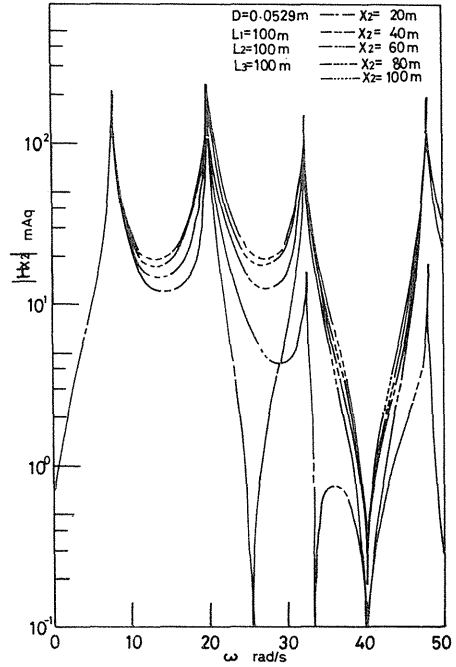


Fig. 11 Pressure amplitude vs. angular frequency at points of the second pipe.

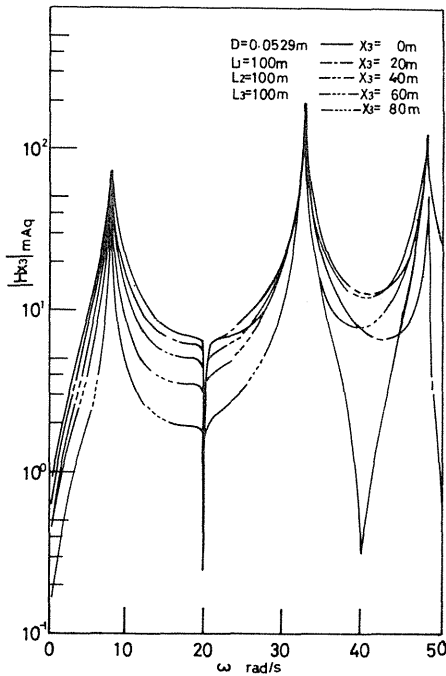


Fig. 12 Pressure amplitude vs. angular frequency at points of the third pipe.

L1m:L2m:L3m	angular frequency ω rad/s					
	0	10	20	30	40	50
1 : 1 : 1						
50 : 50 : 50			○	△		○
100 : 100 : 100		○	△	○	△	○
150 : 150 : 150		○	△	○	△	○
200 : 200 : 200		○	△	○	△	○
1 : 1 : 2						
50 : 50 : 100		○	△		○	
100 : 100 : 200		○	△	○	△	○
150 : 150 : 300		○	△	○	△	○
200 : 200 : 400		○	△	○	△	○
1 : 1 : 3						
50 : 50 : 150		○	△		○	
100 : 100 : 300		○	△	○	△	○
1 : 1 : 4						
50 : 50 : 200		○	△	○	△	○
75 : 75 : 300		○	△	○	△	○
100 : 100 : 400		○	△	○	△	○

Fig. 13 Resonance and absorption frequency. ○: resonance, △: absorption.

く乱れた。当然のことであるがこのキャビテーションの発生が考えられる。実験装置の試験部分にかかる静水頭は8m程度であり、圧力脈動値は共振時には水柱数百mにもなるから充分考えられるところである。インピーダンス法は、圧力波の伝ば速度は一定値を保つという条件で成立っており、管内にキャビテーションを発生すれば、圧力波の伝ば速度は大きく低下するのであるから、理論面からもこの研究の範囲ではキャビテーションをはずさなければならなかった。

つぎに脈動流れにおける管摩擦係数の問題である。前述したように計算にはブラジウスの式を使用した。これは定常流におけるものである。乱流の脈動流における管摩擦係数の研究^{(4),(5),(6),(7)}はわずかにあるが、明快になっていない。よって本研究においては定常流におけるもので近似した。

5 結 論

- (1) 分岐管路において、本研究で設定した管路条件に対し圧力脈動値はそれぞれ次式で示される。
 - (i) 分岐管の下流端が一端開放，他端閉鎖の場合， h_1' に対し式(24)， h_2' に対し式(25)， h_3' に対し式(26)で表わされる。
 - (ii) 分岐管の下流端が両端開放の場合， h_1' に対し式(33)， h_2' に対し式(34)， h_3' に対し式(35)で表わされる。
 - (iii) 分岐管の下流端が一端開放，他端に弁のある場合は， h_1' に対し式(19)，式(39)，式(37)，式(38)により， h_2' に対し式(22)，式(39)，式(37)，式(38)により， h_3' に対しては，式(23)，式(39)，式(37)，式(38)によりそれぞれ表わされる。
- (2) 結論(1)の各式の適用範囲は、角周波数 $1 \sim 10 \text{ rad/s}$ およびキャビテーションを発生しないことを条件にその近辺である。
- (3) 分岐管を管路に取付けることにより、使用する角周波数によっては、その取付位置、分岐管の管路長さにより共振周波数を下げることもあるが、上げることもある。
- (4) 各管路の長さの比が同一であって、管路の長さが異るとき、共振を起す角数波数は管路長さと逆比例の関係となる。従って代表管路の共振角周波数を調べておけば他の管路での共振角周波数は簡単に推測できる。

謝 辞

この研究を進めるに当って熱心に協力された当時の卒業研究の学生、坂倉次男、沢幡敬智、湯田真澄、八巻徳郎の諸君に深く感謝する。

文 献

- (1) Streeter V.L., Wylie E.B., *Hydraulic Transients*, McGRAW-HILL (1967), 101
- (2) 吹田, 川又, 中島, 茨城大学工学部研究集報 25, (昭52-12), 29
- (3) Schlichting H., *Boundary Layer Theory*, 4th Edition, McGRAW-HILL (1960), 503
- (4) Schultz-Grunow F., *Forschung*, 11-4, (1940-7/8), 170
- (5) 広瀬ほか, 機械学会講演論文集 (中国四国支部), (昭43-12), 81
- (6) 葦莖ほか, 機械学会講演論文集 737-3, (昭48-11), 13
- (7) 深野ほか, 機械学会講演論文集 730-16, (昭48-10), 153