

電算機プロッターによる電気波器特性の研究例

関 山 正 憲*

(1973年9月10日受理)

Research Examples of Electric Wave Filter by Means of Computer Plotter

Masatoshi SEKIYAMA

Abstract:— From the principle, the electric wave filters are composed of pure reactance elements only, and terminated by a pure resistance at the output side as a load. But, actually, their elements have a considerable value of the loss factor and are terminated by the impedance which is not pure resistance.

So, I investigated the change of the behavior from the difference between the ideal filters and the actual filters, by means of computer plotter. In this work, I treated the constant K type band-pass filters as an example.

1. はじめに

従来より行われている梯子型電気波器の総合挿入損失の計算は、波器それ自身の減衰量 ($Z_1/(4Z_2)$) の関数、ただし Z_1, Z_2 は直列および並列 imp.) に i) 波器の各端に生ずる2つの反射損失, ii) 相互作用損失, iii) 2つの終端インピーダンスに相当する負の反射損失を加えて出すものである。

所が以上の計算を実行すると、極めて手数がかかりとても工業的には成立しない。しかし、回路を総合的に取扱い以上の4つの損失を含めて一度に電算機プロッタにかけることにより簡単に、かつ正確に特性曲線まで描いてしまえる。これを3つの例をもって示しのたが本報告である。

例としてはすべて、定 K 型の帯域波器の T 型を用い、構成素子の値は同じ値とし終端条件のみを変化させてある。また、帯域波器としての下の遮断周波数は $f_1=30kHz$ 、上の遮断周波数は $f_2=40kHz$ 、入出力側とも 600Ω のインピーダンスで terminate され

*茨城大学工業短期大学部電気工学科 (日立市中成沢町)

るものとした。使用した電算機は HIPAC 103 である。

2. Loss factor による逕波特性の変化

逕波器において、それを構成する素子が抵抗分を含むため理想的特性よりずれることはよく知られている。これを先づ調べることにする。

ある素子における抵抗分の程度は、その素子のリアクタンス分に対する割合である loss factor (以下 d で表わす) で示されるので

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\omega L} = \omega cr$$

の関係がある。ただし、 Q は高周波工学における拡大率のことで loss factor の逆数にあたる。コイルのときは $d=r/\omega L$ 、コンデンサーのときは $d=\omega cr$ である。実際問題としてコンデンサーの場合はコイルのそれに比し省略可能な位小さいので、以後コイルの方だけを考えることにする。すると、コイルのみを $j\omega L$ の代りに $(d+j1)\omega L$ として式に計上すればよいことになる。

次に考えるべき d の範囲であるが、100 Hz 以下の低周波では 0.02 以下にするのは容易ではないが、高周波では 0.005 程度にするのは容易である。例えば、図 1 のような単層空心コイルの場合

$$Q = \frac{k}{2} D \sqrt{f} \times 10^2 \text{ が成立し}$$

もし、 $2r/p=0.5, h/D=1$ とすると表より $k=0.09$ が導けるので、

$D=2cm, f=1MHz$ の場合

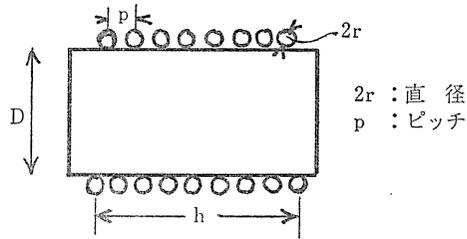


図 1 単層空心コイル

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{2 \times 10^{-2}}{0.09 D \sqrt{f}} = \frac{2 \times 10^{-2}}{0.09 \times 2 \times 10^3} = 0.00011 \text{ と充分小さくできる。}$$

したがって、 d を 0, 0.005, 0.01, 0.015, 0.02 の 5 通りを考えれば充分である。

梯形逕波器によるものとし、定 K 型の Band-pass filter の公式は図 2 に対し

$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_2 - f_1)}, \quad C_1 = \frac{f_2 - f_1}{4\pi f_1 f_2 R},$$

$$L_2 = \frac{(f_2 - f_1)R}{4\pi f_1 f_2}, \quad C_2 = \frac{1}{\pi(f_2 - f_1)R}$$

となっている。前項にのべた通り $f_1=30kHz, f_2=40kHz$, 入出力側とも純抵抗の 600Ω で terminate されるものとする $R=600\Omega$ となるので L_1, C_1, L_2, C_2 はそれぞれ求めることができる。(後掲の通り、これらは筆算では行わず、電算機に計算させた後プロッターに描かせた結果によ

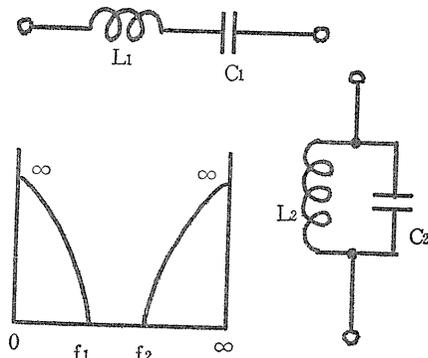


図 2 定 K 型 B P F

ば $L_1=19.10mH$, $C_1=0.001105\mu F$, $L_2=0.3979mH$, $C_2=0.05305\mu F$ となった。))

T型の1-section を考えると図3のようになる。

中央の短絡電流は I_1-I_2 なので、それによる電圧降下 (L_2 と C_2 の並列の imp.) $\times (I_1-I_2)$ が右側にながれる I_2 による電圧降下 ($2C_1, \frac{L_1}{2}, R$ の直列の imp. $\times I_2$) と等しいとおくと

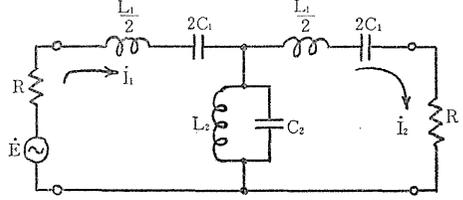


図3 T型の1-1-section

$$\frac{(d_2+j1)\omega L_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{(d_2+j1)\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} (I_1 - I_2) = \left(\frac{1}{j\omega 2C_1} + j\omega \frac{L_1}{2} + R \right) I_2$$

これより

$$I_1 = \left[\frac{1 + j\omega C_2 (d_2 + j1) \omega L_2}{(d_2 + j1) \omega L_2} \left(R + d_1 \frac{\omega L_1}{2} + j \frac{\omega L_1}{2} + \frac{1}{j\omega 2C_1} \right) + 1 \right] I_2$$

電算機にかけるのに複雑なプログラムとなるのをさけるため、直列コイルと並列コイルが等しい loss factor 有すると仮定すれば

$$d_1 = d_2 = d$$

とおける。これにより

$$\frac{I_1}{I_2} = A + jB$$

ただし、
$$A = 1 + \frac{L_1}{2L_2} + \frac{C_2}{2C_1} + \frac{dR - \frac{1}{\omega 2C_1}}{(d^2+1)\omega L_2} - \omega^2 C_2 \frac{L_1}{2} \dots \dots \dots (1)$$

$$B = \omega C_2 R + \omega^2 C_2 \frac{L_1}{2} d - \frac{R - \frac{d}{\omega 2C_1}}{(d^2+1)\omega L_2} \dots \dots \dots (2)$$

濾波器の減衰量
$$dB = 20 \log_{10} \left| \frac{I_1}{I_2} \right| = 20 \log_{10} \sqrt{A^2 + B^2} = 10 \log (A^2 + B^2) \dots \dots \dots (3)$$

以上で必要な式 (1), (2), (3) が導き終ったので, $L_1 \rightarrow H1$, $L_2 \rightarrow H2$, $d \rightarrow D(I)$, $\omega \rightarrow W(K)$ 等と電算機向きに表示変えしてプログラムに組んだのが図4であり, その結果プロッターに現われたのが図5である。

図5において, 横軸は周波数, たて軸は減衰量 (dB) を示している。たて軸 70 dB の所に左より L_1 , C_1 , L_2 , C_2 の値を描かせた。5本の曲線は d が 0, 0.005, 0.01, 0.015, 0.02 にそれぞれ相当するもので, d が 0 のときは底部が 35 kHz を中心に左右略等しくなる。しかし d 大がきくなるにしたがい底部が低い周波数の方に移行し, 設計した遮断周波数とは思ひもかけぬ程ずれてくる。横軸における減衰は零だから, それより下にはみ出した部分では増巾が行われることを示す。 d が大きくなるとこの傾向は強いが一方その通過帯域も狭くなる。

```
# THE LOSS FACTOR EFFECT IN CONST. K BPF,SEKIYAMA, 48.6.29
DIMENSION D(5),W(41),A(41),B(41),DB(5,41),Q(41)
SET D
G0=0.
G1=1.
LINE 0,G0,G1
R=600.
F1=30.E3
F2=40.E3
P=3.14159
H1=R/(P*(F2-F1))
C1=(F2-F1)/(4.*P*F2*F1*R)
H2=(F2-F1)*R/(4.*P*F2*F1)
C2=1./(P*(F2-F1)*R)
DO 40 I=1,5
D(I)=0.005*FLDADF(I-1)
DO 40 K=1,41
Q(K)=1.E3*FLDADF(K+13)
W(K)=2.*P*Q(K)
A(K)=1.+0.5*H1/H2+0.5*C2/C1+(D(I)*R-0.5/W(K)/C1)/(D(I)**2+1.)/W(K)/H2-0.5*W(K)**2*C2*H1
B(K)=W(K)*C2*R+0.5*W(K)**2*C2*H1*D(I)-(R-0.5*D(I)/W(K)/C1)/(D(I)**2+1.)/W(K)/H2
40 DB(I,K)=20.*LOGF(SQRTF((A(K)**2+B(K)**2)))
SET U
G3=8.
SCALE DATA,G3,G3,((Q(K),DB(I,K),K=1,41),I=1,5)
DO 41 I=1,5
41 CURVE 0,(Q(K),DB(I,K),K=1,41)
G14=1.4E4
AXIS 0,G14,G0
X LABEL 100
100 FORMAT(13HFREQUENCY(HZ))
Y LABEL 101
101 FORMAT(15HATTENUATION(DB))
NO=0
N1=1
PREPARE LETTER,G1,G3,NO,N1
LETTER 102,H1,C1,H2,C2
102 FORMAT(4E10.3)
END
```

図 4 loss factor の影響を見るプログラム

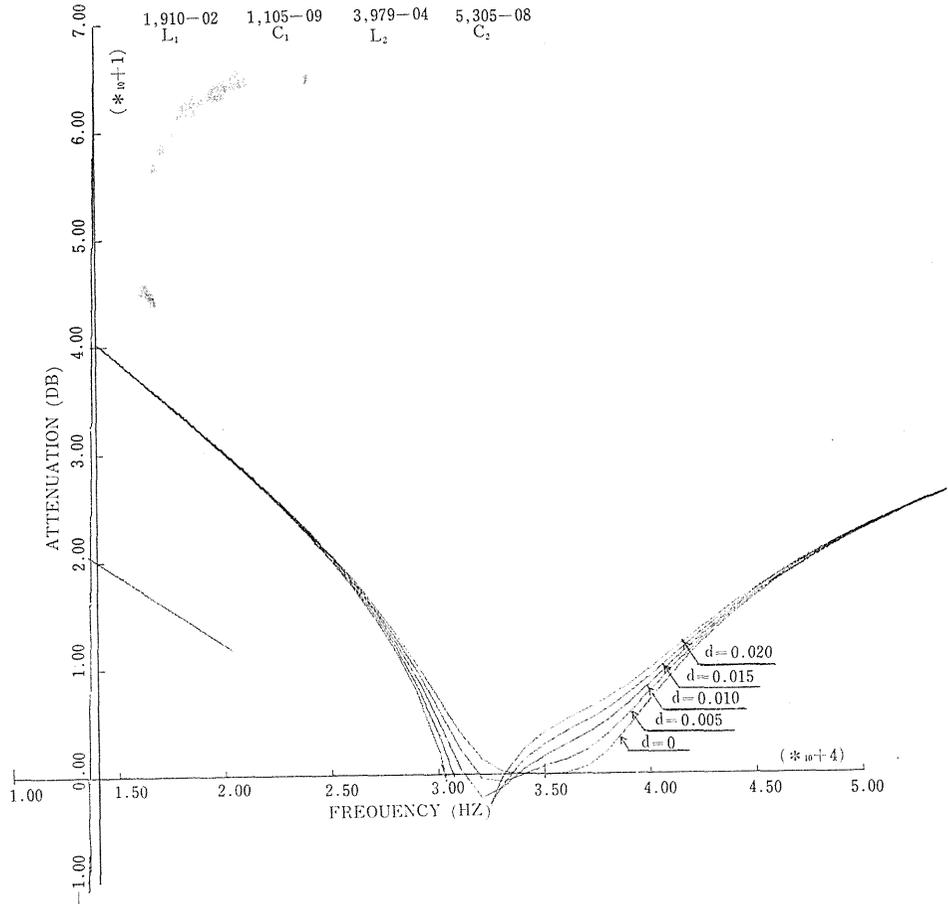


図5 プログラム図4によるプロッター出力

3. 出力側につなぐ imp. の位相の影響

回路器の設計公式は入出力側とも紙抵抗の場合に限る。もし、出力側に terminate されるものが reactive になっていくとどう変わるかを検することとする。条件は前項と同じだから、 L_1, C_1, L_2, C_2 は全く同一である。複雑をさけるため、 $d=0$ の場合のみを取扱うこととする。接続は図3と同じであるが、異なる所は出力側端子間に接続した負荷 R の代わりに、 $Z \angle \theta$ をつなぎ θ を $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の4通りに変えた場合を考える。 $|Z| = R = 600 \Omega$ だから、 $Z \angle \theta = R(\cos \theta + j \sin \theta)$ となる。

図3において、中央の短絡リアクタンスは、 $j\omega L_2 / (1 - \omega^2 L_2 C_2)$ 、それにながれる電流は $\dot{I}_1 - \dot{I}_2$ となるので、その電圧降下は求まる。これがこれより右側にながれる \dot{I}_2 による電圧降下に等しいとおくと

$$\frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2} (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = \left[j\omega \frac{L_1}{2} + \frac{1}{j\omega 2C_1} + R(\cos \theta + j \sin \theta) \right] \dot{I}_2$$

これより
$$\frac{I_1}{I_2} = A + jB$$

ただし、
$$A = \frac{(1 - \omega^2 L_2 C_2)(\omega^2 L_1 C_1 - 1)}{2\omega^2 L_2 C_1} + (1 - \omega^2 L_2 C_2) \frac{R \sin \theta}{\omega L_2} + 1 \dots\dots\dots (4)$$

$$B = \frac{\omega^2 L_2 C_2 - 1}{\omega L_2} R \cos \theta \dots\dots\dots (5)$$

故に、この濾波器の呈する減衰量は

$$dB = 20 \log_{10} \left| \frac{I_1}{I_2} \right| = 20 \log \sqrt{A^2 + B^2} = 10 \log (A^2 + B^2) \dots\dots\dots (6)$$

以上で必要な式(4)、(5)、(6)を導き終えたので、前項同様電算機向きに表示換えしプログラムに組むと図6となる。この結果をプロッターにより描いたのが図7である。

```
# THE OUTPUT IMP.PHASE EFFECT OF CONST.K BPF,SEKIYAMA,48.7,17
SET 0
GO=0.
G1=1.
LINE 0,G0,G1
DIMENSION TH(4),Q(41),W(41),A(41),B(41),DB(4,41)
H1=1.910E-2
C1=1.105E-9
H2=3.979E-4
C2=5.305E-9
R=600.
DO 20 I=1,4
TH(I)=3.14159/6.*FLOAT(I-1)
DO 20 K=1,41
Q(K)=1.E3*FLOAT(K+13)
W(K)=2.*3.14159*Q(K)
A(K)=1.+0.5*H1/H2+3.5*C2/C1-W(K)**2*C2*H1/2.-W(K)*C2*R*SINF(TH(I))*(R*SINF(TH(I))-1./
W(K)*2.*C1)/W(K)/H2
B(K)=W(K)*C2*R*COSF(TH(I))-R*COSF(TH(I))/W(K)/H2
20 DB(I,K)=10.*LOGF(A(K)**2+B(K)**2)
SET 0
GB=B.
SCALE DATA,GB,GB,((Q(K),DB(I,K),K=1,41),I=1,4)
DO 21 I=1,4
21 CURVE 0,(Q(K),DB(I,K),K=1,41)
G1=1.4E4
AXIS 0,G14,GO
X LABEL 100
100 FORMAT(13HFREQUENCY(HZ))
Y LABEL 101
101 FORMAT(15HATTENUATION(DB))
END
```

図6 負荷 imp. の位相の影響を見るプログラム

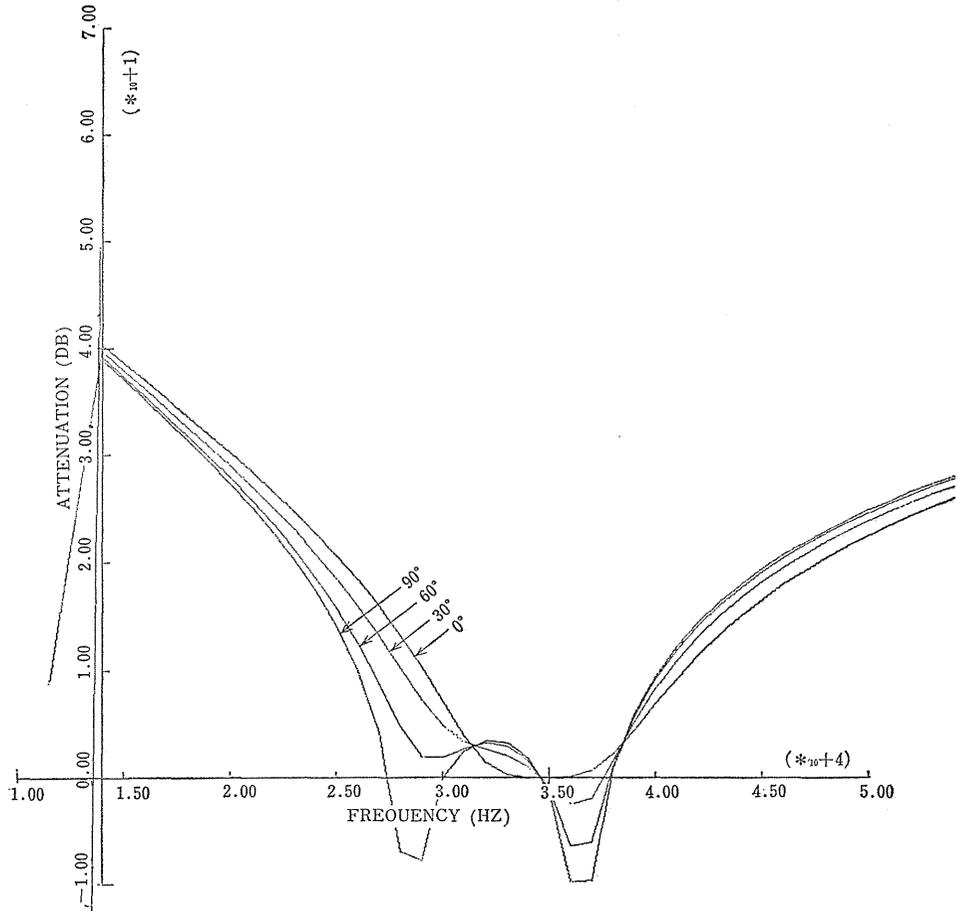


図7 プログラム図6によるプロッター出力

図7における4本の曲線は θ が 0° , 30° , 60° , 90° のそれぞれに相当するものであるが、そのうち $\theta=0^\circ$ の曲線は、図5にて $d=0$ のものと一致する。 θ のふえるにしたがい、遮断周波数との関連はうすくなり、底部の中をまし低周波の方に移行する。しかも、 $\theta=90^\circ$ のとき、換言すれば純リアクタンス負荷のときは、2こぶらくだのような突出部が下向きに現われる。

4. section 数による影響

section 数を増すと loss factor による濾波特性の変化や、出力側インピーダンスの位相の影響を軽くすることが出来るかも知れぬという見地に基づいて調べた。

図8のような 2-section のものと、図3のような 1-section のものとを濾波特性を

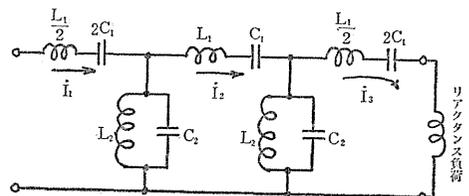


図8 T型の 2-section

描いて比べて見る。この際、 L_1, C_1, L_2, C_2 はすべて従前通りの値を用い、出力側には両者とも純リアクタンスの $j600\Omega$ を接続する場合とする。

L_2 と C_2 の並列のリアクタンスは $\frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}$ であるが、これが図8においては2回、図3においては1回回路網通過中において短絡を行う。図8において、後方の短絡電流は $\dot{I}_2 - \dot{I}_3$ 、そこにおける電圧は $\frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}(\dot{I}_2 - \dot{I}_3)$ 、これが短絡点より右の電圧降下 ($\frac{L_1}{2}, 2C_1, jR$ の直列) $\cdot \dot{I}_3$ に等しいとおき

$$\frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}(\dot{I}_2 - \dot{I}_3) = j\omega \frac{L_1}{2} + \frac{1}{j\omega 2C_1} + jR \dot{I}_3 \quad \dots\dots\dots (7)$$

次に、先の短絡電流 $\dot{I}_1 - \dot{I}_2$ における上下間の電圧降下が、それより右の L_1 と C_1 の電圧降下と後方の短絡による電圧降下との和に等しいとおいて

$$\frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = (j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1})\dot{I}_2 + \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}(\dot{I}_2 - \dot{I}_3) \quad \dots (8)$$

計算によく出てくる $(1-\omega^2 L_2 C_2)(\omega^2 L_1 C_1 - 1)$ を S とおき、(7)と(8)を用いて \dot{I}_1 と \dot{I}_3 の絶対値の比を dB で出すと

$$dB = 20 \log \left| \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_3} \right| = 20 \log \left| \left(\frac{S}{\omega^2 L_2 C_1} + 2 \right) \cdot \left(\frac{S}{2\omega^2 L_2 C_1} + (1-\omega^2 L_2 C_2) \frac{R}{\omega L_2} + 1 \right) - 1 \right| \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{ただし、} \quad S = (1-\omega^2 L_2 C_2)(\omega^2 L_1 C_1 - 1) \quad \dots\dots\dots (10)$$

図3において出力側に jR を接続した場合

$$\frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = (j\omega \frac{L_1}{2} + \frac{1}{j\omega 2C_1} + jR)\dot{I}_2$$

$$\text{これより} \quad dB = 20 \log_{10} \left| \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right| = 20 \log \left| 1 + \frac{S}{2\omega^2 L_2 C_1} + (1-\omega^2 L_2 C_2) \frac{R}{\omega L_2} \right| \quad \dots\dots\dots (11)$$

以上で必要な式(9),(10),(11)を導き終ったのでプログラムを組むと図9となる。これによるプロッター出力は図10となった。この図から言えることは、section数が2倍になると周波数全般にわたり減衰が約2倍になることである。しかも、問題の通過帯域たる底部については、2-sectionの方が遮断周波数よりのずれが僅少となることもいえる。しかし、1-sectionが2こぶであったのに対し、2-sectionでは4こぶとなりこぶ数が2倍にふえる。(図10における1-sectionの特性曲線は図7における $\theta=90^\circ$ のものとは一致するわけだが、たて軸の目盛が半分になっているので合致しない。)

```

# THE 2-SECTION CONST. K BPF WITH THE REACTIVE OUTPUT IMP.,SEKIYAMA,48.8.31
SET Q
G0=0.
G1=1.
LINE 0, G0, G1
DIMENSION Q(41), W(41), S(41), DB1(41), DB2(41)
H1=1.910E-2
C1=1.105E-9
H2=3.979E-4
C2=5.305E-8
R=600.
DO 20 K=1, 41
Q(K)=1.E3*FLOAT(K+13)
W(K)=2.*3.14159*Q(K)
S(K)=(1.-W(K)**2*H2*C2)*(W(K)**2*H1*C1-1.)
DB1(K)=20.*LOGF(ABS(F(S(K)/(W(K)**2*H2*C1)+2.))*(S(K)/(2.*W(K)**2*H2*C1)+R*(1.-W(K)**2*H2*C2)/W(K)/H2+1.))-1.)
)
20 DB2(K)=20.*LOGF(ABS(F(S(K)/(2.*W(K)**2*H2*C1)+(1.-W(K)**2*H2*C2)*R/W(K)/H2+1.)))
SET Q
G0=0.
SCALE DATA, G0, G0, (Q(K), DB1(K), K=1, 41), (Q(K), DB2(K), K=1, 41)
CURVE 0, (Q(K), DB1(K), K=1, 41)
CURVE 0, (Q(K), DB2(K), K=1, 41)
G14=1.4E4
AXIS 0, G14, G0
X LABEL 100
100 FORMAT(13HFREQUENCY(HZ))
Y LABEL 101
101 FORMAT(15HATTENUATION(DB))
END
    
```

図 9 section 数による特性の変化を見るプログラム

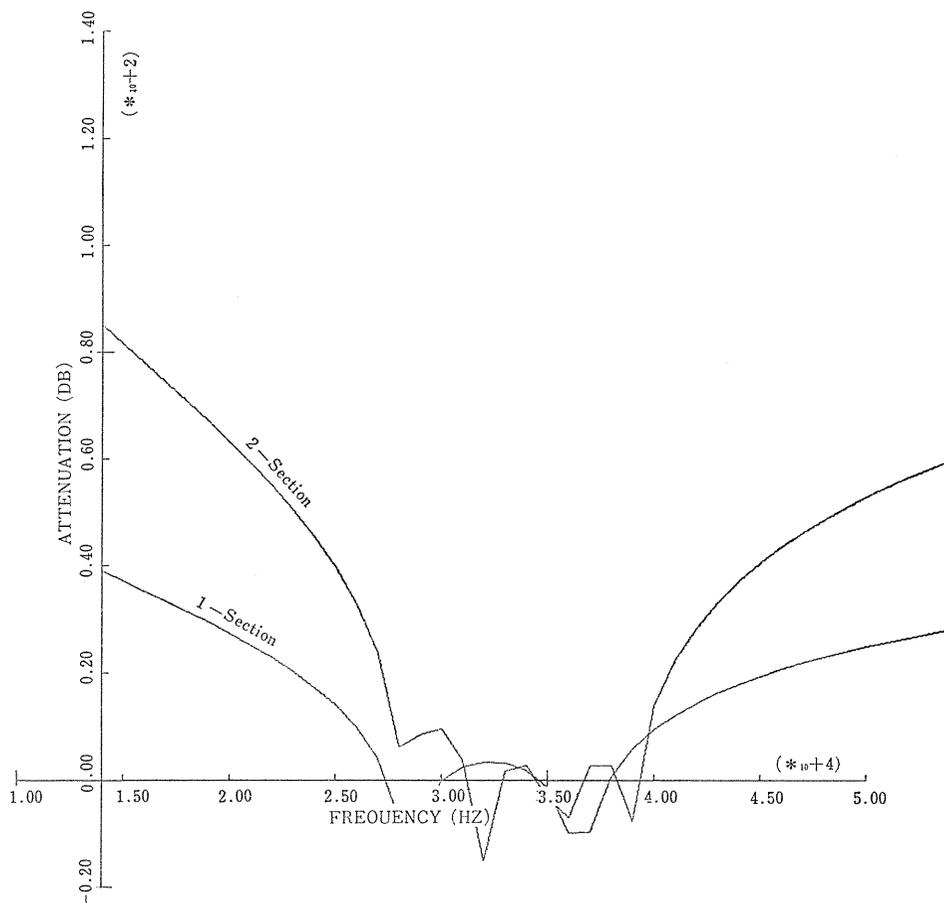


図 10 プログラム図 9 によるプロッター出力

参 考 文 献

- (1) T. E. Shea : Transmission Networks and Wave Filter.
- (2) 電子回路ハンドブック P. 621.