

## 鉛被覆鋼棒のねじり振動の減衰について

徳江 徳 ・ 窪田 暲二

Damping of the Steel Wire Coated With Lead.

Toku TOKUE, Shoji KUBOTA

Abstract:—Those round steel wires, which are used to the valve spring of internal combustion engines, coated with lead of considerable thickness, in torsional vibrations, the angular amplitudes of the wires are reduced by internal resistance of lead. In this paper are described the experimental results of the relation between the thickness volume and absorbed energy of the lead coating.

## 1 緒 言

内燃機関の弁ばねに使われる程度の直径の円断面鋼棒の外周をある厚さの鉛で被覆すると、この鋼棒がねじり振動したときに被覆鉛の内部摩擦によつてねじり振動のエネルギーを吸収し、その減衰作用で振巾を減少することができる。この鉛被覆の減衰効果を明らかにするため被覆鉛の厚さ、被覆鉛の体積と被覆鉛の吸収エネルギーとの関係について実験的研究を行った。

## 2 被覆鉛の吸収エネルギー

円断面をもつ真直鋼棒のねじり自由振動と同一諸形状のある厚さの鉛を被覆した鋼棒のねじり自由振動との減衰状態を比較すると、後者は前者に比してその減衰率がきわめて大きい。即ち1サイクル当りの運動のエネルギー損失が大きい。この鉛被覆鋼棒の減衰は、鋼棒自身の減衰と被覆鉛による減衰云々換えれば被覆鉛がその内部摩擦によつて吸収するエネルギーとの和と考えられる。ここで鋼棒自身のエネルギー損失は被覆鉛の吸収エネルギーに比して非常に小さいから鉛被覆鋼棒の損失エネルギーは略々被覆鉛の吸収エネルギーに等しいとしてよい。

一般に内部減衰がある振動における1サイクル当りのエネルギー損失  $\Delta W$  はつぎのように表わされる。 $\theta$  をねじり振巾角とすれば

$$\Delta W \propto \theta^n$$

通常  $n = 2 \sim 3$  の値をとるが、鉛被覆鋼棒においては実験により単位長さのねじり振巾角が約  $4 \times 10^{-4}$  radian の範囲内では  $n = 3$  を得た。即ち本実験の鉛被覆鋼棒のねじり自由振動における被覆鉛の吸収エネルギー  $\Delta W$  は単位長さのねじり振巾角が上述の範囲内では

$$\Delta W = C \theta^3$$

ここに  $C$  : 比例常数

いま、これを単位長さ当りのねじり振巾角について云えば、 $\theta/l = \theta_0$  とすると

$$\Delta W = C l^3 \theta_0^3$$

ここに  $l$  : 鉛被覆鋼棒の長さ

## 2・1 鉛被覆鋼棒がねじられたときの被覆鉛のせん断仕事

一般にある材料にせん断力が働いてある量の変位が生じた場合のせん断仕事 $W$ はつぎの式で表わされる。

$$W = \frac{1}{2} P l \gamma$$

$$P = \tau A, \quad \tau = G \gamma, \quad V = A l \quad \text{であるから}$$

$$W = \frac{1}{2} G \gamma^2 V$$

ここに  $P$  : せん断荷重  
 $l$  : 長さ  
 $\gamma$  : せん断角  
 $G$  : せん断弾性係数  
 $\tau$  : せん断応力  
 $A$  : 断面積  
 $V$  : 体積

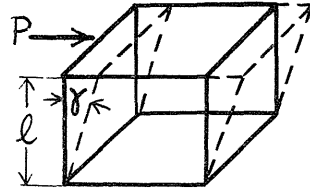


図 1

## 2・1・1 円筒形の被覆鉛をねじるに要するエネルギー

被覆鉛の形状はある肉厚をもつ中空円筒であり、これをねじるために要するエネルギーは

$$W = \frac{1}{2} T \theta$$

$$\frac{2 \tau}{D} = \frac{G \theta}{l} = \frac{T}{J}$$

$$W = \frac{G}{4} \left( \frac{d \theta}{2 l} \right)^2 \left( l + \frac{d_1^2}{d_2^2} \right) V$$

ここに  $T$  : トルク  
 $J$  : 断面極二次モーメント  
 $d$  : 被覆鉛の平均直径  
 $d_1$  : 中空円筒形被覆鉛の内径  
 $d_2$  : 中空円筒形被覆鉛の外径

## 2・1・2 被覆鉛の厚さが鋼棒の直径に対して非常に小さい場合ねじられた被覆鉛が吸収するエネルギー

被覆鉛の厚さが鋼棒の直径に対して小さいときは

$$W = \frac{G}{2} \left( \frac{d \theta}{2 l} \right)^2 V$$

## 2・2 被覆鉛の吸収エネルギー

振動の全エネルギー $W$ に対して1サイクル当りのエネルギー損失 $\Delta W$ はつぎのように表わせる。

$$\Delta W \doteq 2 \delta W$$

ここに  $\delta$  : 対数減衰率

ところが前述のように実験より  $\delta = C_1 \theta$  を得たので、これを上式に代入すれば

$$\Delta W \doteq 2 C_1 \theta W$$

となり、更に上式に被覆鉛のねじりエネルギーの式を入れる。いま便宜上被覆鉛の厚さが非常に小さい場合の式を入れると

$$\begin{aligned} \Delta W &\doteq 2 C_1 \theta \frac{1}{2} G \left( \frac{d \theta}{2 l} \right)^2 V \\ &= C_1 \theta G V \left( \frac{d \theta}{2 l} \right)^2 \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{C_2 d}{2 l G}, \quad \frac{\theta}{l} = \theta_0 \quad \text{とすれば}$$

$$\Delta W \doteq C_2 V \left( \frac{d}{2} \right)^3 \theta_0^3$$

となる。これを鉛被覆鋼棒の全長 $l$ で除して鋼棒の単位長さについての1サイクル間に被覆鉛の吸収するエネルギー $\Delta W_l$ で表わすと

$$\Delta W_l \doteq 2 C_2 V_l \left( \frac{d}{2} \right)^3 \theta_0^3$$

ここに  $V_l$  : 鋼棒の単位長さを被覆する鉛の体積で、 $V_l = V/l$ 、単位は $\text{mm}^3/\text{mm}$

$\theta_0$  : 単位長さ当りのねじり振巾角、単位は $\text{rad}/\text{mm}$

$d$  : 円筒形被覆鉛の平均直径、 $d = (d_1 + d_2)/2$ 、単位は $\text{mm}$

$C_2$  : 1サイクル間に単位体積の被覆鉛が鋼棒の単位長さ当りのねじり振巾角について吸収するエネルギー、単位は $\text{g}/\text{mm}^2 \text{ rad}^3$

## 2・3 振動方程式よりの $\Delta W_l$ の算出

振動方程式より単位長さ当りのねじり振巾角 $\theta_0$ についての振動のエネルギー $W_l$ はつぎの式で表わせる。

$$W_l = \frac{1}{2} k \theta_0^2$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}} \quad \text{であるから}$$

$$W_l = \frac{1}{2} I (2\pi f)^2 \theta_0^2$$

$$\begin{aligned}\Delta W &\doteq 2 \delta W_l \\ &= \delta I (2\pi f)^2 \theta_0^2\end{aligned}$$

ここに  $k$  : 単位のおねじり変位をあたえるに要するモーメント (ねじり剛性)

$I$  : 慣性モーメント

$f$  : 振動数

単位長さ当りの単位ねじり振巾角についての吸収エネルギー  $\Delta W_l$  はつぎのようになる。

$$\Delta W_l = \frac{\Delta W}{l} = \frac{\delta I (2\pi f)^2 \theta_0^2}{l}$$

慣性円板の慣性モーメント

鉛被覆鋼棒のおねじり自由振動における鉛の吸収するエネルギーを測定するため実験に供した円板は図2のように荷重をあたえるためのフックが<sup>\*</sup>ついている。この実形についての慣性モーメントを求める。全体の慣性モーメント  $I$  は円板の慣性モーメント  $I_1$  とフックの慣性モーメント  $2I_2$  とからなっているのでつぎのようになる。

$$I = I_1 + 2I_2$$

$$I_1 = M_1 \frac{r_1^2}{2}$$

$$\begin{aligned}I_2 &= \int_{r_1}^{r_2} \rho \frac{\pi d^2}{4} r^2 dr \\ &= \frac{M_1}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\end{aligned}$$

$$\therefore I = \frac{M_1 r_1^2}{2} + \frac{2M_2}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

ここに  $\rho$  : フックの単位長さの質量

$M_1, M_2$  : 円板及びフックの質量

### 3 実 験

#### 3・1 実験方法

図2に示すように鉛被覆鋼棒の一端を固定し、他端に慣性円板をつけ、これにねじり自由振動をあたえてねじり振巾角の変位量を記録測定した。

ねじり振巾角の測定は鋼棒の固定端近くに歪計ゲージを貼付し、歪計を経てオシログラフに歪量として記録し、これを振巾角に校正して求めた。

振動数は慣性円板の質量あるいは被覆鋼棒の長さを変えて調整した。

ねじり自由振動をあたえる方法は慣性円板についているフックに硝子のフックを掛けてねじりの初値をあたえ、この硝子のフックを破壊して振動させた。

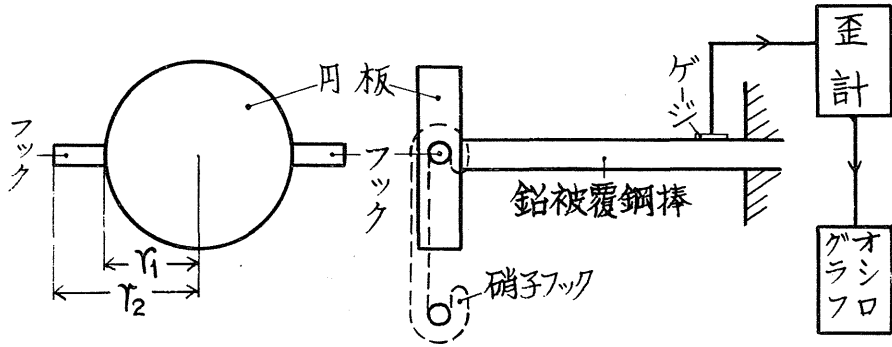


図 2 実験装置図

### 3・2 鉛の被覆法

鋼棒に鉛を被覆する方法は4φの真直ばね線に1.5φの鉛線を図3のように巻きつけ、これに瞬間メッキ法によつて鉛の溶液を流し込んで鉛線間、鉛線とばね線間を接着させ、鉛線間の凹部を充填した。

### 3・3 被覆鉛の耐久試験

被覆鉛の耐久性を確かめるためこの鉛被覆鋼棒に左右約30 kg/mm<sup>2</sup>のせん断応力が生ずるに相当するねじりを10<sup>7</sup>回あたえる繰返しねじり試験を行つた結果被覆鉛に破壊やはく離等の異状を認めなかつた。

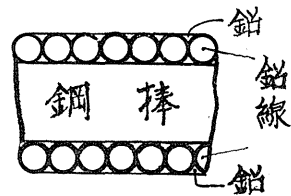


図 3 鉛被覆鋼棒断面図

## 4 実験結果及び考察

### 4・1 鉛被覆鋼棒のねじり自由振動における対数減衰率と単位長さのねじり振巾角の関係

係を求めた測定結果は図4であり、これは5000, 6300, 8200 c/mの3種の振動数の場合について行つた平均である。これより $\theta_0$ が0より $4 \times 10^{-4}$ の範囲ではその対数減衰率は $\theta_0$ に直線的に比例し、 $\theta_0$ が $4 \times 10^{-4}$ 以下においては対数減衰率は一定になつてつぎに述べる被覆のない鋼棒の場合と同様になつた。この結果より $\theta_0$ が $4 \times 10^{-4}$ 迄の範囲内では鉛の吸収するエネルギー $\Delta W$ はねじり振巾角 $\theta$ の3乗に比例することが明らかとなつた。従つて2・2の被覆鉛の吸収エネルギーの式はこの範囲内で適用される。

4・2 鉛被覆のない鋼棒のみのねじり自由振動の対数減衰率とねじり振巾角の関係はねじり振巾角に関係なく0.05一定となつた。

4・3 各振動数における測定結果より対数減衰率の変化割合とねじり振巾角の関係はその振

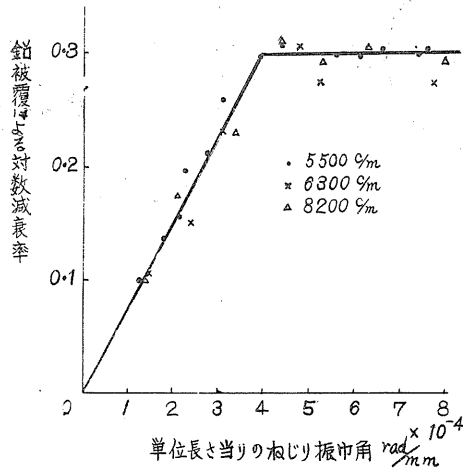


図 4 単位長さ当りのねじり振巾角に対する対数減衰率の測定値

動数には無関係であることがわかった。

4・4 各振動数における円板部の慣性モーメントは8200 c/m の場合  $15 \text{ mm}^2 \text{ g s}^2$  , 6300 c/m の場合  $2.5 \text{ mm}^2 \text{ g s}^2$  , 5500 c/m の場合  $3.7 \text{ mm}^2 \text{ g s}^2$  であり, 振動方程式より算出の  $\Delta W$  の式の中の  $I \times f^2$  は8200 c/m の場合約  $2800 \text{ mm g}$  , 6300 c/m の場合約  $2700 \text{ mm g}$  , 5500 c/m の場合約  $31100 \text{ mm g}$  となり3種ともほとんど同値となった。

4.5 振動方程式よりの  $\Delta W_l$  と図4とから  $C_2 \doteq 3 \times 10^{-8}$  を得た。これより鉛被覆鋼棒の形状, ねじり振巾角, 被覆量がわかれば鉛の吸収するエネルギーがわかるから減衰の状態を知ることができると考えられる。

## 5 結 論

5・1 内燃機関の弁ばねに使われる程度の直径の鋼棒に鉛を被覆したときにばねコイルのねじり振動に対し被覆鉛が振動のエネルギーを吸収する防振効果を実験的に求めた。

5・2 鉛の厚さとばねコイル直径との関係, 鉛の体積との関係を求めた。

5・3  $V_l$  ,  $d$  ,  $\theta_0$  と  $\Delta W_l$  との関係を明らかにし,  $C_2$  の値を決定した。

5・4 以上の実験的研究から繰返しねじり応力をうける内燃機関の弁ばねに鉛を被覆して, その減衰作用によつてコイルの振巾を減少して, コイルに生ずる応力を軽減すること等に利用出来るものとする。