ブリッジに関連ある諸性質について（第２報）

関　山　正　憲

On the Properties connceted with the bridge (Part II)

Masatoshi SEKIYAMA

Abstract :— Interchanging the position of the bridge arm *Q* and R, in ihe chapter 6 of the previous treatise which is included in this Journal vol. 10 (1963), the result becomes as follows.

To find accurately the value of galvanometer resistance in Kelvin's method, the condition is that in which *Q* is larger from another arm.

1. まえがき

前の研究集報（一）にて発表した「ブリッジに関連ある諸性質」の 6.ケルビン法にて誤差を減らすべき辺の関係の項にては，P，*Q* を比例辺とし R を平衡辺とした図１に示す如き辺の関係のブリッジとして論じたが，今度はこれを図２の如き辺の関係のブリッジとして論ずる。これにて多少結果が変ってくるが，それを前論文の補遺の意味でのべる。

なお，この論文中に出てくる文字や記号は，特別に断らぬ限り前論文中のそれと同意味の使用法とする。

2. 一般の場合

図２のブリッジをケルビン法に用いると，図３の如くなり，*Q* には R が対し P には G

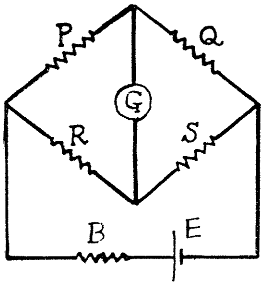

図 1

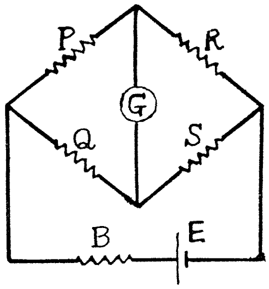

図 2

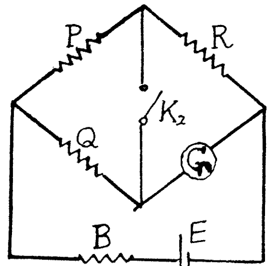

図 3

が対する。この際の E は電源の内部起電力であり無負荷時の端子電圧に相当する。

K_2 を開らいているとき，Gにながれる電流は

$$I_g=\frac{E}{B+\dfrac{(P+R)(Q+G)}{P+R+Q+G}}\times\frac{P+R}{P+R+Q+G}=\frac{E}{B+\dfrac{Q+G}{P+R}B+Q+G}$$

$$\frac{\partial I_g}{\partial R}=\frac{(Q+G)BE}{\{B(P+R)+(Q+G)B+(Q+G)(P+R)\}^2}$$

$$\left.\frac{\partial I_g}{\partial R}\right]_{R=\frac{P}{Q}G}=\frac{Q^2BE}{(Q+G)[BP+BQ+PQ+PG]^2}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{①}$$

ここにおいて①式の意味をのべると，I_g-R 曲線の平衡点における傾斜を表わす。

次に，K_2 を閉じたときにになかれる電流は

$$I_g'=\frac{E}{B+\dfrac{PQ}{P+Q}+\dfrac{RG}{P+G}}\times\frac{R}{R+G}=\frac{E}{\left(1+\dfrac{G}{R}\right)\left(B+\dfrac{PQ}{P+Q}\right)+G}$$

$$\frac{\partial I_g'}{\partial R}=\frac{G\left(B+\dfrac{PQ}{P+Q}\right)E}{\left[(R+G)\left(B+\dfrac{PQ}{P+Q}\right)+GR\right]^2}$$

$$\left.\frac{\partial I_g'}{\partial R}\right]_{R=\frac{R}{Q}G}=\frac{Q^2\left(B+\dfrac{PQ}{P+Q}\right)E}{(BP+BQ+PQ+PG)^2G}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{②}$$

この②式の意味は，$I_g'-R$ 曲線の平衡点における傾斜である。

今，①と②の差を作り計算した結果は

$$\left.\frac{\partial I_g}{\partial R}\right]_{R=\frac{P}{Q}G}-\left.\frac{\partial I_g'}{\partial R}\right]_{R=\frac{P}{Q}R}=\frac{-E}{G\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)\left(1+\dfrac{G}{Q}\right)\left[B\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)+P\left(1+\dfrac{G}{Q}\right)\right]}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{①}-\text{②}$$

これの分母を最小にすれば，平衡点における I_g, I_g' 曲線の交点を明瞭に求めることができる。G は求むるもので変えられぬから，分母最小の条件は $P\ll Q$, $G\ll Q$ とし B も P も小にすればよい。

$P.O.B$ を用いるときは比例辺 P, Q は10, 100, 1000Ω のうちの何れかだから，最大は 1000Ω, 故に $Q=1000\Omega$ をとる外ない。若しも G が 500Ω 位だとすると，$P=1000\Omega$ のときは $R=500\Omega$ 位となり，$P=100\Omega$ のときは $R=50\Omega$ 位となり，B は小さい程よい。$P=10\Omega$ のときは，$R=5\Omega$ 位となり，R 辺に 1Ω 以下がないから確度が落ちる。ケルビン法では，G のふれる角度により 1Ω の間を按分比例する所謂内挿法は用いられぬからである。P が 100Ω の場合と 1000Ω の場合と何れが感度がよいかというと，100Ω の方が①－②の値が大となり明瞭になるはずだが R 辺に 1Ω 以下がないため確度が 1/50 の程度に低下し何れとも言い難く別の条件 (damping) で定める外ない。

3. Bの大なる場合

ケルビン法を行う場合，G にはそれを振り切らぬ程度の微小電流をながさねばならぬ。それには，同程度の起電力，内部抵抗の電池を2ケ逆向に接続して電源とするか，電源に大なる直列抵抗を入れて B を大にするか，電源電圧を分圧して用うるかの何れかである。本論文の2項においては2ケの電池を逆向直列にした場合と考えてほしい。

今ここでは1ケの電池に大なる直列抵抗を接続し，B を極度に大にした場合を考える。電源からながれ出す電流は殆ど一定で E/B となるから，K_2 を閉じたときの検流計電流 I_g' は E/B を R と G で分流して得られる。

$$I_g' = = \frac{E}{B} \times \frac{R}{R+G} \quad \cdots\cdots③$$

K_2 を開らいたときの検流計電流 I_g も $P+R$ と $Q+G$ で分流して

$$I_g = \frac{E}{B} \times \frac{P+R}{P+R+Q+G} \quad \cdots\cdots④$$

R が小さいと R の変化に対し④は殆ど変らぬが③はよく変わる。I_g 曲線と I_g' 曲線の傾斜が大いに異るのでその交点即ち平衡点を明瞭に見出せる。

4. 電源を分圧した場合

テブナンの定理にて図4左は同図右に等価だから電源を分圧した場合は，2.の一般の場合に直して考えられる。電圧 E' を r と R_h にて分圧した左側図面が，内部起電力 E で内部抵抗 B の右側図面に等価になるべき B と E は次の如くして求められる。左右の図面が常に等価だから，電源側からブリッジ側を見た抵抗の如何に拘らず常に，電源側から流出する電流は相等しい。故に

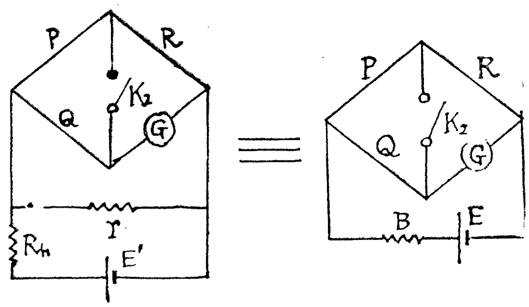

図 4

$$\frac{E'}{R_h + \dfrac{rZ}{r+Z}} \times \frac{r}{r+Z} = \frac{\dfrac{r}{r+R_h}E'}{\dfrac{R_h r}{R_h+r} + Z} = \frac{E}{B+Z}$$

$$E = \frac{r}{r+R_h}E', \qquad B = \frac{R_h r}{R_h+r}$$

これらを①−②に代入すると

$$①-② = \frac{-\dfrac{r}{r+R_h}E'}{G\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)\left(1+\dfrac{G}{Q}\right)\left[\dfrac{R_h r}{R_h+r}\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)+P\left(1+\dfrac{G}{Q}\right)\right.}$$

$$\fallingdotseq \frac{-E'}{G\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)\left(1+\dfrac{G}{Q}\right)\left[\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)+\dfrac{P}{r}\left(1+\dfrac{G}{Q}\right)\right]R_h}$$

この分母を最小にするには Q が大なることが必要である。r が大きく R_h が小さいこともいえるが G を振り切らぬため適当な電流にしぼることとは相反するのでこの際とれ

ぬ。P も小さいことが望ましいがこれは2. の項でのべたのと同一の関係である 。

5. むすび

図2の辺の関係においては3項の初めにのべた如く，電源の性質により3通り即ち，2ケの電池を逆向き直列に接ぐ場合，B の大きい場合および電源を分圧する場合となるが，何れも Q を大にして測定すればよいことがわかった。図5は同一の G を求めるに，$Q=1000\Omega$の場合と，$Q=100$ の場合とを実測し $(I_g'-I_g)/I_g$ をプロットしたものである。前者の方が傾斜が大きいから，I_g 曲線と I_g' 曲線の交点が誤差少く求められることを示す。この実測例も上記理論を証明する一端といえる。

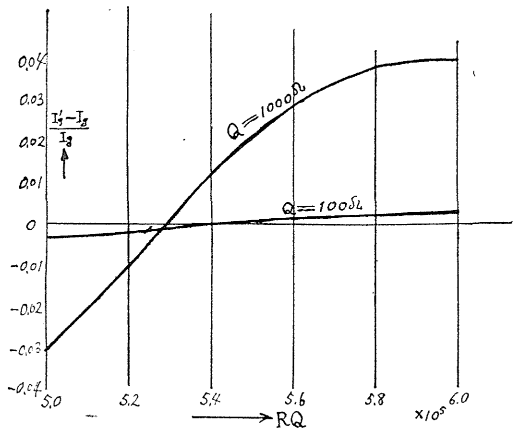

図 5

理論のみでは気付かずにすむ所だが，実測にあたり問題になる点は，微小電流を扱うため時間と共に周囲の条件の変わる影響の大きいことである。このため速かに検流計の振れを落着かせねばならず，臨界制動の状態に近か付けねばならぬ。これを辺の条件に加えると $P=Q=1110\Omega$ で B を $P+R$ に比し充分大にすることとなる。

文献

(1) 関山正憲：「ブリッジに関連ある諸性質について」茨城大学工学部研究集報第10巻 1963 3月