

水 滴 と 気 泡 (その一)

THE WATER DROP AND STEAM BUBBLE (No.1)

高 玉 績 (Isao Takatama)

ABSTRACT— The writer has given the two dimensional studies on the water drop in previous reports. Now in this paper the formation mechanism of steam bubble and that of water drop are discussed from the three dimensional considerations. From this study we know that, the so-called phenomenon of "a chain of the water drop" occurs, which was an unexpected result in the previous researches, and it is ascertained that the falling volume of water drop from the circular pipe, whose diameter is less than 10 mm, coincides with the writer's calculation.

It was proved theoretically that the steam bubble to be formed on the heating surface satisfies the equilibrium equation of the water drop attached at the under side of horizontal plate; therefore the characteristic values of the both of them may be said to be common together. The volume of steam bubble on the heating surface does not increase from zero volume for the general contacting angle α_1 , excepting the special case $\alpha_1 = 0$. The maximum diameter D_{\max} of steam bubble at the point of separating from the heating surface is given by

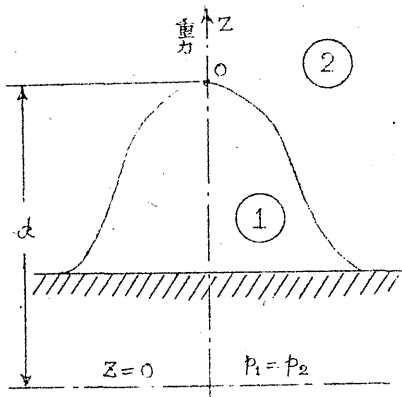
$$D_{\max} \leq 3.30 \sqrt{\frac{T}{\rho g}} \text{ cm}$$

in which T is the surface tension of water in dyne/cm, ρ the density of water in gr/cm^3 , and g the acceleration of gravity in cm/sec^2 .

1. 緒 言 本研究は蒸気罐、蒸溜器等における蒸気の凝結および蒸発の機構を明らかにする目的で行われた。水滴の生成状態は日常雨滴れとして経験してあるが物理的な立場からこれを論じたものとしては Lord Kelvin, Lord Rayleigh⁽¹⁾, T. Lohnstein⁽²⁾, J.E. Fershaffelt⁽³⁾ 等の研究があり著名

である。しかし工学的応用を主として論じたものは極めて少ないようであるので筆者はこれの応用を考慮して前報告⁽⁴⁾において水滴の2次元的な物理的性質を調べて従来の結果と比較したが飽くまでも3次元解として吟味せねば実際の意味がない。そこで問題となるのはまづオーに2次元解と3次元解の相違、第二に実験結果との比較である。本論文では上述の諸点を詳細に吟味するために表面張力に関する一般平衡論から水平板に懸垂された水滴の平衡式を導き、これから厳密に物理的諸特性を調べ、更にRunge-Kuttaの数値積分法で微分方程式を解き2次元解と比較した。2次元解と著るしく異なる例は3次元解において第4図の如き連鎖状水滴が生じたことである。又鉛直を円管端から液体を滴下する時の滴下重量に対して筆者の仮定によって計算し実験結果と比較した。水平板に水滴が懸垂される場合と同じく水平板上に生ずる水滴も日常我々は屡々見ることができる。焼けた鉄板上の水滴などその好適な例であろう。ところで後述するごとく水平板の上下に生ずる液滴は気泡の発生機軸と密接な関係があり極めて重要なのでこの水平板上に生ずる液滴の場合も吟味した。さて蒸気が冷却面で凝結すると水滴が生ずることになるが逆にオ12図のごとく液体と高温伝熱面の接触面から蒸気泡が発生する場合には現在までこれを理論的に論じたものは見当らない。筆者はこれらの相反する現象も実は物理的に密接な関係があるとの予想の下に調べてオ13, 14両図のごとく相似な形状に対して全く同一の平衡式が成立することを一般平衡論から証明できた。故に平板の上下に生ずる液滴の物理的性質はすべて気泡に対して適合するという興味ある結果が得られた。

2. 水平板に懸垂された液滴



第 1 図

今重力場において表面張力が作用する場合2種の液体間の接触面の形を決定する平衡方程式を求めるに、オ1図の如く直角座標系をとりZの正方向を上方とし液体①(比重 γ_1)の高さとともに変化する圧力を p_1 、液体②(比重 γ_2)の圧力を p_2 とおけば

$$\frac{\partial p}{\partial Z} = \mp \gamma$$

を積分して $p_1 = p_0 \mp \gamma_1 Z$, $p_2 = p_0 \mp \gamma_2 Z$

但し符号は重力が鉛直下方の場合は負、鉛直上方の場合は正にとる。 p_0 は積分常

数であつて両者等しいと仮定すれば座標原点を $p_1 = p_2$ なる平面においたことを意味する。そこで圧力差 $p_2 - p_1 = \Delta p$ として両液体間の接触面においては

$$\Delta p = (\sigma_1 - \sigma_2) Z$$

こゝで重力は鉛直下方に働くものとする。他方圧力差と接触面の曲率との関係から

$$\Delta p = C_{1,2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

即ち
$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{C_{1,2}} Z \quad \text{----- (1)}$$

こゝで曲率半径は接触面が上に向つて凹の場合に正、凸の場合には負にとり液体②は液体①の上にあるとする(1)式は液体間の平衡を論ずる際の基本式であつて以後の各論で基本的な役割を演ずる。才1図の如く水平板に液滴が懸垂される場合は重力の作用方向は鉛直上向きであるから(1)式で Z の代わりに $-Z$ を代入すればよい。空気の比重は無視できて $\sigma_2 \approx 0$, $C_{1,2} = T$, $\sigma_1 = \rho g$ と置けば

$$T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \rho g Z = 0 \quad \text{----- (2)}$$

今液滴の最尖端 O においては $Z = d$ で $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_0}$ であるから

$$\frac{2}{R_0} + \frac{\rho g}{T} d = 0 \quad \text{即ち } d = -\frac{2T}{\rho g} \frac{1}{R_0}$$

(2)式では座標原点を $p_1 = p_2$ なる平面においたが計算に便利をよらに O に移換すると(2)は

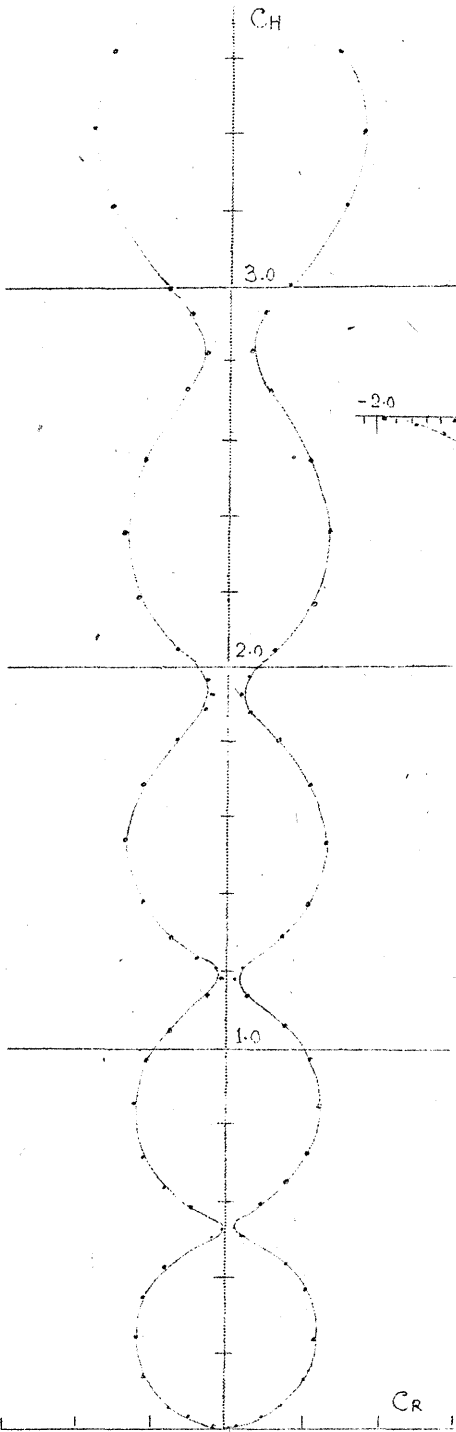
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{\rho g}{T} (h+d) = 0$$

前の関係を用いて鉛直下方を正方向にとると

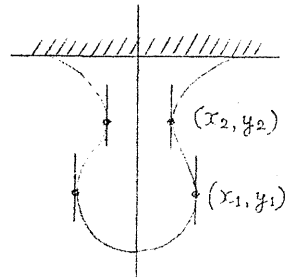
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{2}{R_0} + \frac{\rho g}{T} h = 0 \quad \text{----- (3)}$$

(3)式は懸垂液滴の平衡基本式でありこれを2階常微分方程式に直すと液滴の二三の物理的な特性値を求めることはできるが非線型のため最密解は求められない。筆者は Runge-Kutta の数値積分法*でその微分方程式を解き液滴の形を求めた。 $h_0 = \frac{1}{R_0} \left(\frac{2T}{\rho g} \right)^{\frac{1}{2}}$ なる液滴尖端の曲率を示す無次元数を使うと $h_0 = 0.00$ から h_0 の増加とともに液滴は次第に生長して $h_0 = 1.7996$ となると才5図のごとく垂直切線が一個ある形となり、2次元解の $\alpha_0 = 90^\circ$ に相当する。 h_0 が 1.7996 より大になると才2図のごとく垂直切線が二個ある形となる。 h_0 が大になるほどこの傾向は著しく才3図のような連鎖状液滴の平衡状態も理論的に可能なことになる。 h_0 の値と連鎖液滴の

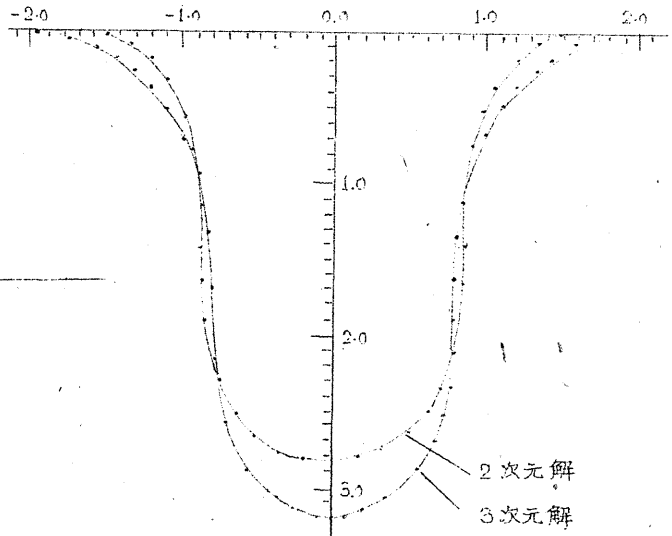
* 日高孝次著：数値積分法(上巻) 95頁参照



第3図 連鎖状液滴の一例
 $l_0 = 6.0$ の場合



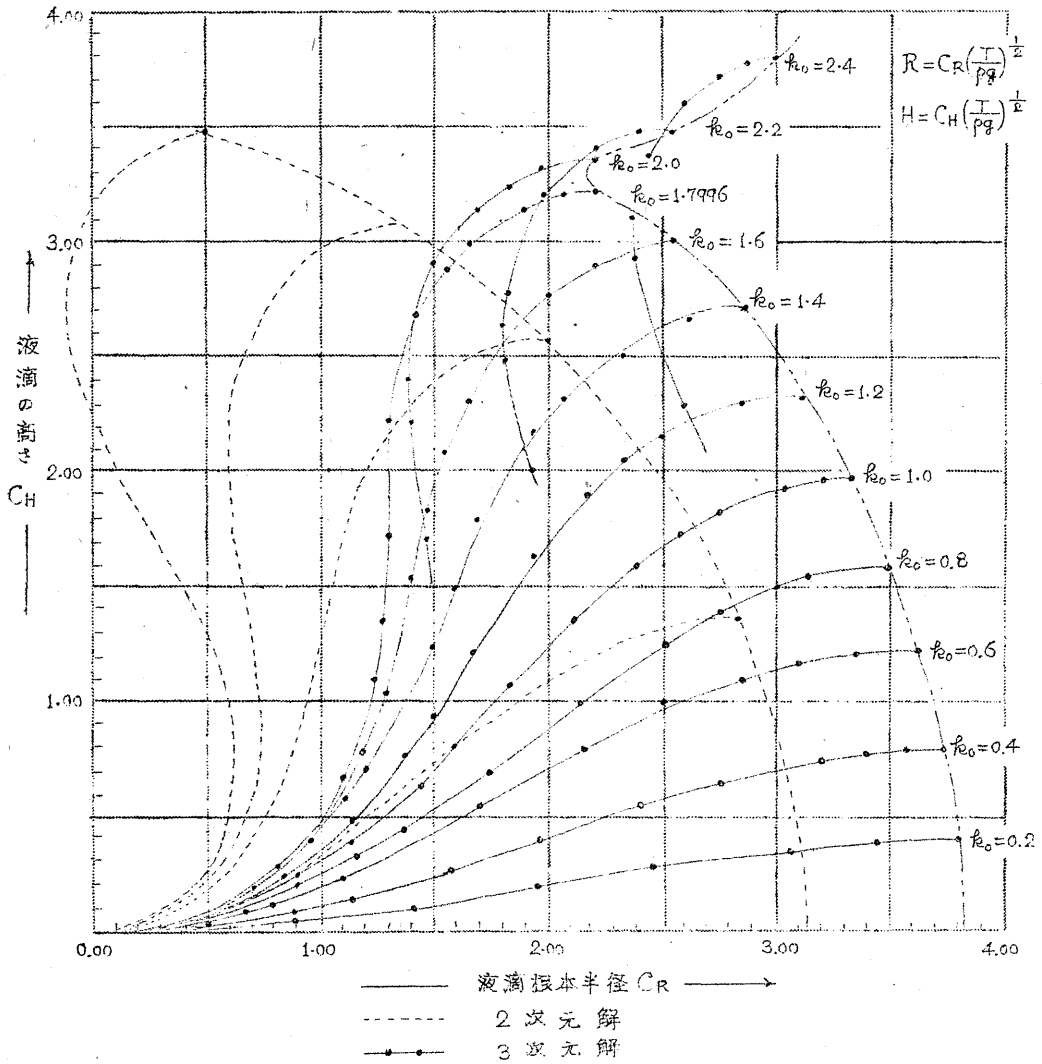
第2図 垂直切線2個の形



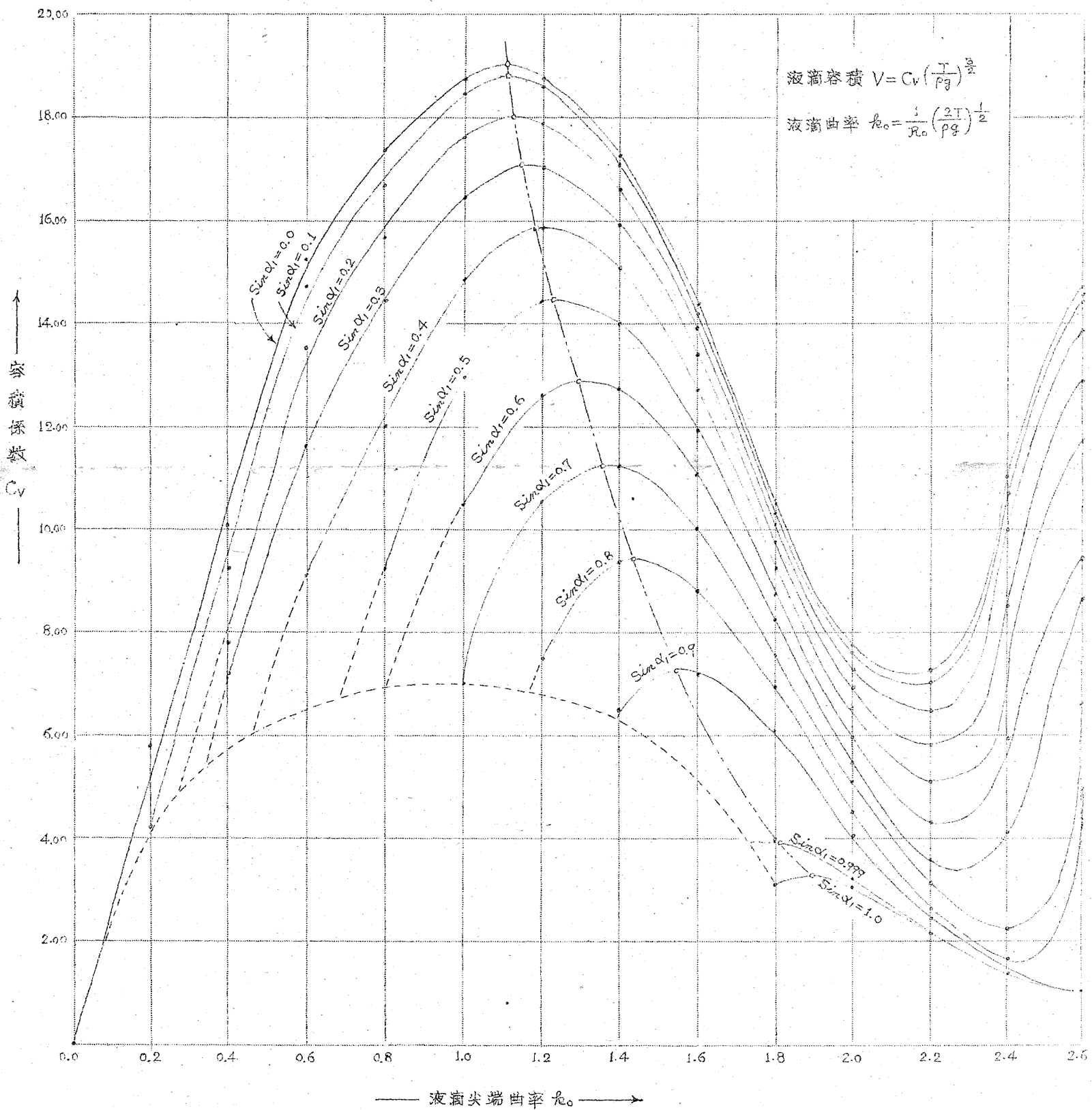
第4図 垂直切線1個の液滴の形
 (2次元解と3次元解との比較)

数との関係は非常に興味深いが計算は難しい。また連鎖状液滴は実現不可能のようにも思えるが、それはかくの如き平衡状態が極めて不安定なために微小攪乱によっても粒状化してしまうからである。第4図は垂直切線1個の形の2, 3次元解の比較を示す。第5図は3次元解による液滴曲面を上下逆にしかも半分だけ画き2次元解を真線で示して両者の相違を明らかにした。これが

ら懸垂液滴の生育状態が極めて明瞭になる。2次元解⁽⁵⁾では $\alpha_0 = 180^\circ$ (即ち $k_0 = 0$) では $C_{Rmax} = \pi = 3.14157$ で α_0 が減少 (k_0 が増加) と共に C_R は減少し C_H は増加して $\alpha_0 = 63^\circ$ で前報告で述べたごとく平衡極限形となりこれ以上は平衡状態にあり得ずこの時 $C_{Rmin} = 0.65$, $C_{Hmax} = 3.4105$ である。これに対して3次元解では $k_0 = 0.00$ で $C_{Rmax} = 3.63170$ で k_0 の増加とともに減少し一度最小値 $C_{Rmin} = 2.19714$ になってから再び増加する。 $k_0 \rightarrow \infty$ で C_{Rmax} , $C_{Hmax} \rightarrow \infty$ となるが所謂平衡極限形は存在せず連鎖状液滴が生ずる。本図は色々の接触角をもった懸垂液滴容積の増減状態を示す。 k_0 が増加するにつ



第五図 $\sin \alpha_1 = 0$ の場合の懸垂液滴の形



第 6 圖 懸垂液滴密積線圖

れて容積は増加するが、ある一定量に達すると逆に減少し最低値に達してまた増加する。容積が最大値から減少するということは液体が平板の上方に逆流することを意味し、これは明らかに物理的に不可能な現象であるから最大値に達すると同時に落下し落下滴と残液とに分れるが落下滴と残液との容積割合については厳密に解かれてない。液体が断面円形の鉛直管端から流出するとき直径がある大きさ以下になると連続的な流動状態から不連続的な滴状流出になることは日常見受けられる。円管直径が小になると液体の表面張力が大きく働いて滴状流出となり液滴の平衡式は(3)式と同一であると考えられ才7図の如く懸垂液滴曲面を円管外径で切取った形になる。故に理論上は円管外径Dは

$$D \leq 3.83170 \left(\frac{T}{\rho g} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (4)}$$

でなければならぬ。この場合にも容積が最大に達した後に液体が供給されれば滴下するが落下滴と残液の容積を求めるために T. Lohnstein は才8図のごとく落下直前の根本角 θ_m と落下直後の根本角 θ_f とが相等しいとする所謂等角落下の仮定⁽⁶⁾を設けた。しかしながらこの仮定は理論的に不合理のように思えたので筆者は前報告⁽⁷⁾で才9図の如く仮定して残液容積 V_d'' として

$$V_d'' = \frac{\pi}{\sqrt{4}} \frac{D^3}{\sin^3 \theta_m} (2 - \cos \theta_m \sin^2 \theta_m - 2 \cos \theta_m) \quad \text{----- (5)}$$

を求めた(才1表) 第10図は筆者の仮定による理論と実験結果との比較を示すが管外径10mm以下では両者はよく一致するが10mm以上では甚だしい不一致を来すから更に合理的な仮定をなす必要がある。

3. 水平板上の液滴 水平板上の液滴は才1図で重力作用方向は鉛直下向きであるから平衡式は(1)と同じで

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{C_{1,2}} Z$$

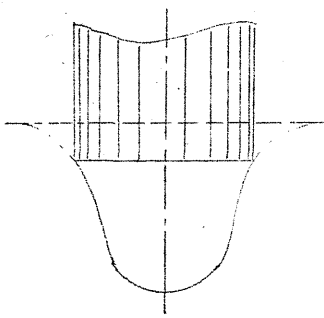
$\gamma_2 \approx 0$, $C_{1,2} = T$ として液滴尖端点Oについて考えると $Z = d$ で $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_0}$ であるから $\frac{2}{R_0} + \frac{\rho g}{T} d = 0$ 即ち $d = -\frac{2T}{\rho g} \frac{1}{R_0}$

この場合も計算に便利のように原点をOに移すと

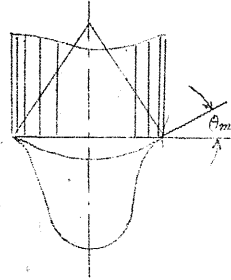
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{2}{R_0} - \frac{\rho g}{T} Z = 0 \quad \text{----- (6)}$$

となり、これも前同様非線型2階常微分方程式となるため厳密解を得るには色々な困難を伴う。才11図は Runge-Kutta 法による数値積分解で液滴尖端の曲率 κ_0 が減少して零に近づくとき根本半径は無限大に、高さは2次元解で $2 \left(\frac{T}{\rho g} \right)^{\frac{1}{2}}$ に3次元解では無限大に近づく。したがって容積も無限に増加することも明らかで

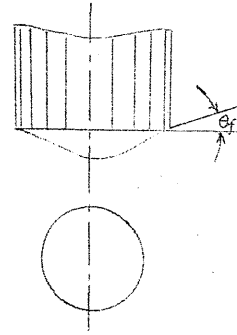
ある。



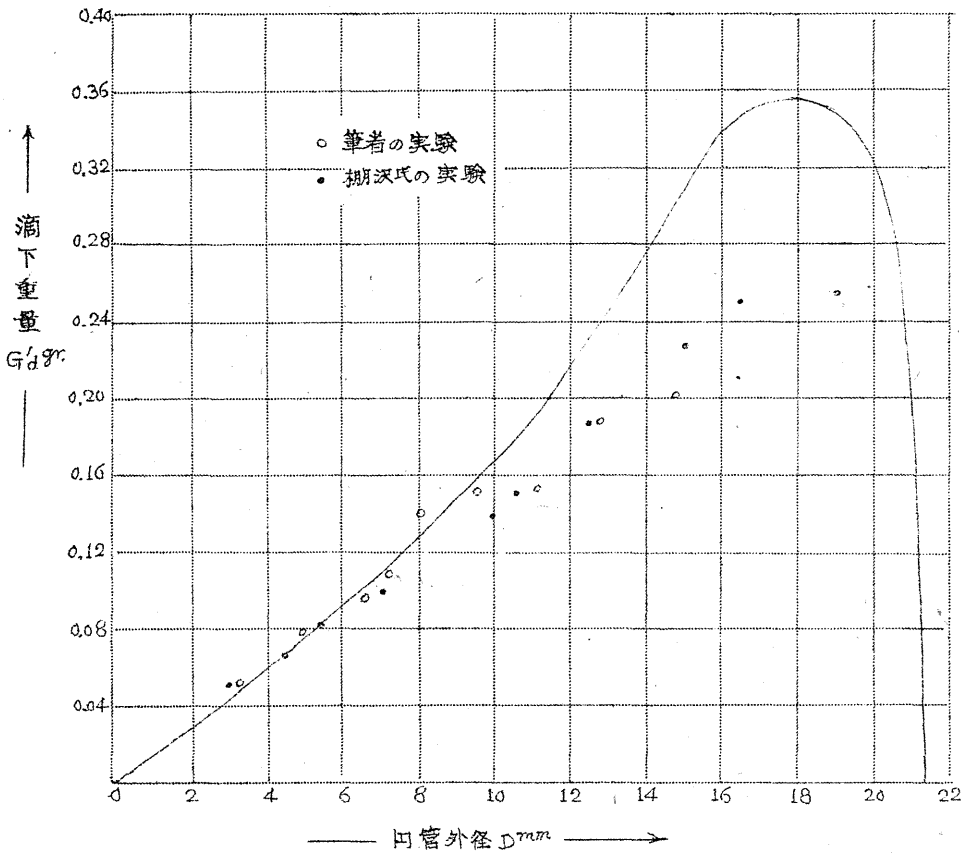
第 7 図



第 8 図



第 9 図



第 10 図

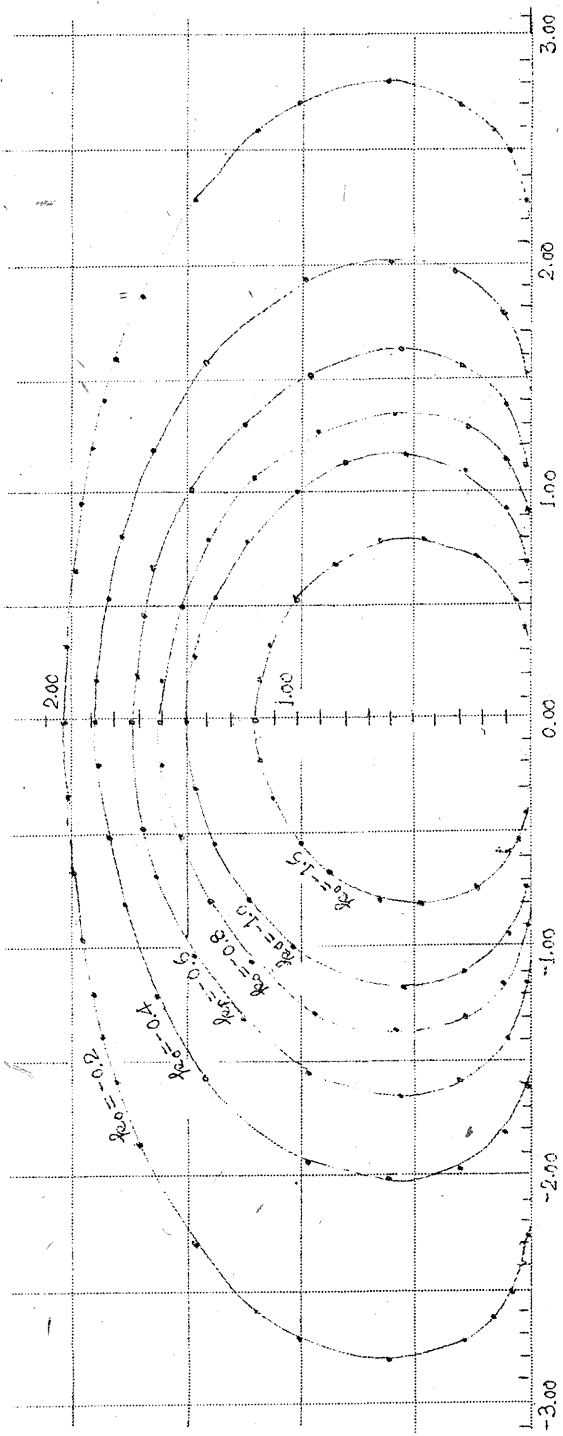
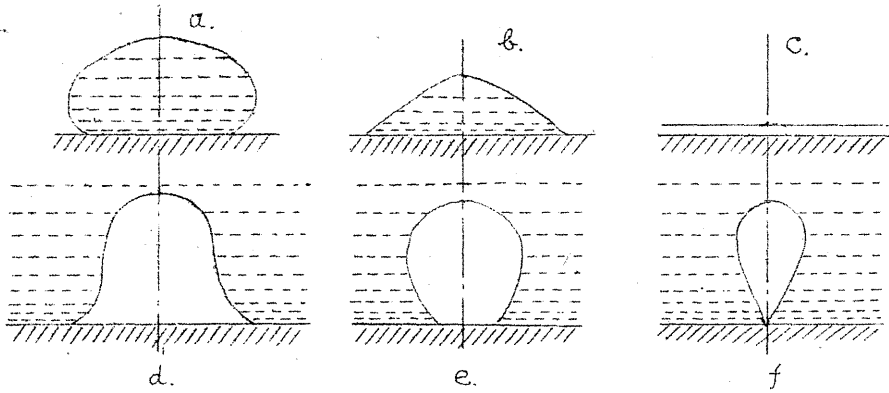


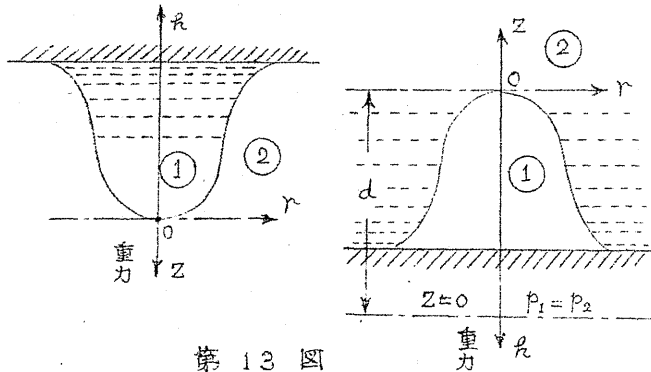
図 11 液滴の形状と Re の関係

4. 水滴と気泡 前節までで空気中の平板に生じた二様の液滴に対して論及したが逆に液体と高温伝熱面との接触面に生ずる蒸気泡についても類似の理論的説明がなされるであろうことが予想される。實際上蒸気罐等で伝熱面に生ずる蒸気泡については Jakob, Fritz, Holborn, Bosnjacovic 等⁽⁶⁾の実験的研究は数多いが理論的研究は殆どない。蒸気泡は伝熱面上に形成された時に、伝熱面の表面状態とその液体が伝熱面を濡らすか否かは熱伝達に大きな影響を及ぼすが、ここでは蒸気泡の形、大きさ、生育状態を主に調べてそれが熱伝達に及ぼす影響については論じない。液体が伝熱面を濡らす性質(即ち伝熱面と気泡との接触角の大小)から伝熱面を離れる瞬間における気泡の形と大きさがきめられる。才12図a, b, c を水平板上液滴の代表的形態とすると d, e, f はこれらの各に相当する気泡の形で d の場合は離れる前に自由端が表面張力のため極めて大きくなり、e の場合は気泡は浮力のため表面から切離されるため気泡が小さくても表面から離れる。才2節の一般平衡



a, d: 表面を濡らさぬ場合 b, e: 表面を少し濡らす場合 c, f: 表面を全く濡らす場合

第 12 図



第 13 図

輪から第13図で基礎式は $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{C_{1,2}} Z$ となるが

$\gamma_1 = 0, C_{1,2} = T$ とおくと
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + \frac{\rho g}{T} Z = 0$$

今気泡の最尖端Oについて考えると

$$\frac{2}{R_0} + \frac{\rho g}{T} d = 0 \quad \text{即ち} \quad d = -\frac{2T}{\rho g} \frac{1}{R_0}$$

座標原点をOに移動し重力方向を正にとると

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{2}{R_0} + \frac{\rho g}{T} z = 0 \quad \text{----- (7)}$$

となる。この式は液体中で水平板上にできた気泡の平衡式であるが、水平板に懸垂された液滴の平衡式(3)と全く同じであることがわかる。しかも境界条件は兩者同一と見てよいから次の結論が生ずる。即ち高温液体中で伝熱面上に生ずる気泡は逆に水平板に懸垂された液滴と相似形になり物理的性質は同じになる。故に第12図dの如き気泡に対しては気泡底面積Sは

$$15.16551 \left(\frac{T}{\rho g}\right) \leq S \leq 46.12476 \left(\frac{T}{\rho g}\right) \quad \text{----- (8)}$$

となり e, f の如き場合に対しては

$$0 \leq S \leq 46.12476 \left(\frac{T}{\rho g} \right) \quad \text{----- (8a)}$$

となる。いづれにしても伝熱面積が一個の気泡によって占領される面積は $S_{max} = 46.12476 \left(\frac{T}{\rho g} \right)$ を越えない。又オ7図に示した懸垂液滴容積線図はそのまゝ気泡容積の増減状態を示し、各曲線の最高点に達した時に気泡の平衡は破れて伝熱面を離れ最小表面積を有する気泡球となって浮上する。この際気泡の最大全容積が浮上容積になると考えるのが妥当であるから

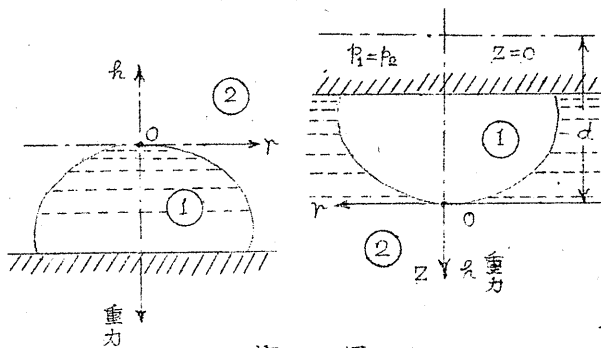
$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_0}{2} \right)^3 = V_0 = C_v \left(\frac{T}{\rho g} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{----- (9)}$$

とにおいて気泡の直径 D が求められる。懸垂液滴最大容積 V_{max} は $18.84 \left(\frac{T}{\rho g} \right)^{\frac{3}{2}}$ なることがオ7図から求められるから気泡最大直径 D_{0max} は

$$D_{0max} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 18.84}{\pi} \left(\frac{T}{\rho g} \right)^{\frac{3}{2}}} = 3.30 \left(\frac{T}{\rho g} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (10)}$$

となる。既に液体中で伝熱面上に気泡が発生し浮上した瞬間の気泡直径は $3.30 \sqrt{\frac{T}{\rho g}}$ を越えない。水と空気の場合には $T = 75 \text{ dyne/cm}$, $g = 980 \text{ cm/sec}^2$, $\rho = 1 \text{ gr.}$ とすれば $D_{0max} = 9.12 \text{ mm}$ となるが、これは水と水蒸気の場合の値と大差ないであろう。ところで Jakob and Fritz⁽⁹⁾ の実験によれば“伝熱面が濡らされる場合には極く小さい気泡が水面まで上昇しその直径は最大 $3 \sim 5^{200}$ ”になるが、伝熱面が濡らされない場合にはオ12図 d のごとき形になって伝熱面上で直径 8 mm の気泡が生じたことが明らかにされておるから理論値は大體実験値を満足するものと思う。(10)式は水以外の液体に対しても勿論成立し、又伝熱面に限らず液体と固体との接触面に生じた気泡一般に対して成立する事柄である。オ7図から種々の根本接触角に対する浮上気泡の容積が各曲線の最大値として求められる。

更にオ14図の如く液体中で伝熱面下側に気泡が生ずる場合について考えると



第 14 図

一般平衡論(1)式で重力作用方向が逆となるから Z の代りに $-Z$ を代入して $v_1 = 0$ とすれば”

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{\rho g}{T} Z = 0$$

前同様気泡の最尖端 O について考えれば”

$$\frac{2}{R_0} - \frac{\rho g}{T} d = 0 \quad \therefore d = \frac{2T}{\rho g} \frac{1}{R_0}$$

こゝで O に原長を移動すると

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{2}{R_0} - \frac{\rho g}{T} Z = 0 \quad \text{----- (11)}$$

となる。これは液体中で伝熱面下側に生じた気泡の平衡式であり水平板上の液滴の平衡式(5)と全く同じである。しかも境界条件は両者同一と見做されるから次のことが云える。即ち液体中で伝熱面下側に生ずる気泡は逆に水平板上の液滴と相似形をなし物理的諸性質を共有することになる。従って気泡底面積 S は

$$0 \leq S \leq \infty \quad \text{----- (12)}$$

となり一個の気泡によつてもその伝熱面積が無限にふさがれてしまう。また才11圖に示す如く水平板上の液滴の容積は V_0 の減少と共に無限の増加の傾向にあり $R_0 = 0.00$ で $V_{max} = \infty$ となる。故に伝熱面下側に生じた気泡はその生長と共に容積は限りなく増加するが途中で分裂したり伝熱面を離れることはない。

5. 結言 伝熱面上に生ずる気泡について次のことが云えた。即ち「液体中で伝熱面上に気泡が発生する場合、その気泡は才7圖の容積増減曲線から考察すると、接触角が零 即ち $\sin \alpha_1 = 0$ の場合の外は一般にその容積が零から次第に増加するのではなくて急激に或る微小量の気泡ができてそれから容積は次第に増大する。しかし最大容積に達すると平衡が破れて伝熱面を離れ浮上するが離れた直後の気泡球の直径は $3.30 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}} \text{cm}$: T 表面張力 dyne/cm , ρ 密度 g/cm^3 , g 重力加速度 cm/sec^2 : を越えることはなくこれは水深に影響しない。

更に物理的特性値について2次元解の結果と比較すると次のようになる。

(i) 水平板に懸垂された液滴(伝熱面上の気泡)

3次元解

$$2.19714 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}} \leq R \leq 3.83170 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

又は

$$2.19714 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}} \leq R \leq \infty$$

$$0 \leq H \leq \infty$$

$$0 \leq X_1 \leq 0.89357 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$0 \leq V_m \leq 18.84 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{3}{2}}$$

2次元解

$$0.65 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}} \leq R \leq 3.14159 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$0 \leq H \leq 3.4105 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$0 \leq X_1 \leq 0.84721 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$0 \leq V_m \leq 5.64 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{3}{2}}$$

(ii) 水平板上の液滴(伝熱面下側の気泡)

$$0 \leq R \leq \infty$$

$$0 \leq H \leq \infty$$

$$0 \leq V_m \leq \infty$$

$$0 \leq R \leq \infty$$

$$0 \leq H \leq 2 \left(\frac{T}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$0 \leq V_m \leq \infty$$

こゝに R は液滴(気泡)の根本半径, H は液滴の高さ, X_1 は特異点半径, V_m は液滴

全容積を示す。本文では主要な計算結果と結論だけを述べたが、その計算方法は本報告のその二で述べる。水滴とか気泡などは工学的には特殊な現象に属するため研究も少く、又取扱いが困難である。理論上は簡単な仮定の下でも微分方程式が非線型となって解析が容易ではない。しかしこれとても現象の静的取扱いであり、これに實際上問題となる動的因子や熱伝達の影響を考慮したならば問題は一番複雑になってくる。気泡の発生機構についての結論は今後の実験結果によって確められねばならない。求筆ながら本研究に關聯して色々御指導を賜わる本学部井原敏男先生に感謝の意を表す。尚本研究は文部省自然科学研究費補助によって行ったものである。

文 献

- (1) L. Rayleigh : *Phil. Mag.* 5, 48 (1899) 321.
- (2) T. Lohnstein : *Ann. d. Phys.* 4, 20 (1906) 237. 4, 20 (1906) 606.
T. Lohnstein : *Ann. d. Phys. u. Chem.* 4, 21 (1907) 1030.
- (3) *Handbuch der Experimental Physik* VI.
- (4) 高玉 績 : 「滴れ」の研究 I 機械学会誌 (昭 23.8~9)
- (5) (4)に同じ. (6) (2)に同じ. (7) (4)に同じ.
- (8)~(9) 高橋安人訳 : ポッシュ工業伝熱論 コロナ社, 234頁

第 1 表 (その一)

C_D	$\sin \theta_m$	C_{vd}	$C_v'd$	$C_v'd$	$C_m = \frac{C_v'd}{C_{vd}}$
7.20	0.000	15.20	0.000	15.200	1.000
6.80	0.035	18.25	1.680	16.570	0.908
6.40	0.075	18.90	2.021	16.879	0.893
6.00	0.108	18.70	2.340	16.360	0.874
5.60	0.142	18.40	2.476	15.924	0.865
5.20	0.270	17.10	3.822	13.278	0.776
4.80	0.358	15.90	4.066	11.834	0.744
4.40	0.449	14.50	4.041	10.459	0.721
4.00	0.550	12.80	3.879	8.921	0.697
3.60	0.635	11.30	3.422	7.878	0.697
3.20	0.720	9.60	2.899	6.701	0.698
2.80	0.775	8.43	2.201	6.229	0.739
2.40	0.845	6.90	1.645	5.255	0.761

但し

$$\begin{aligned} \text{円管外径 } D &= C_D \left(\frac{I}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}}, & \text{液滴全容積 } V_d &= C_{vd} \left(\frac{I}{\rho g}\right)^{\frac{3}{2}} \\ \text{残液容積 } V_d' &= C_v'd \left(\frac{I}{\rho g}\right)^{\frac{3}{2}}, & \text{落滴容積 } V_d &= C_v'd \left(\frac{I}{\rho g}\right)^{\frac{3}{2}} \\ \text{落下角度 } \sin \theta_m &, & \text{落滴容積比 } C_m &= \frac{V_d'}{V_d} \end{aligned}$$