

異径管路における圧力変動の研究

(第1報 損失を無視した場合の圧力変動)

吹田 年*, 佐野川好母**, 川又正昭*

(昭和52年9月6日受理)

Study on Pressure Variation in Series Pipe Systems (1st Report, Pressure Variation Neglecting the Losses)

MINORU SUITA, KONOMO SANOGAWA and MASAOKI KAWAMATA

Abstract:— At hydraulic stations or general factories, there are many pipe lines which are connected with two pipes of different diameter. If a pressure pulse is transmitted at the one end of the pipe line, the pressure variations at any point of the pipe line system differ from that of the single pipe line, with the frequency of the pressure pulse. At a special point of the pipe system, we found occasionally a excessive pressure pulse which is a several times or more of the transmitted pulse. It is dangerous phenomenon. We should avoid it from the standpoint of pipe line designers, not to speak of the safety.

In this paper, we deduce approximate formulas which indicate the pressure pulse in the each pipe, when a sinusoidal pressure wave is transmitted at the one end of the pipe line, neglecting the losses. And we deduce the ratio of the pressure amplitude of each pipe. The ratio does not contain the time. The results are examined by the experiments, and the theoretical results almost agree with the experimental results.

1. ま え が き

水力発電所の水圧管または一般の管路において、管径や管壁厚さの異なるものが接続されている場合は多い。このような管路の一端から脈動圧が伝わった場合の各管内の圧力振動は、管路の寸法と脈動圧の振動数により単純な管路の場合と異なった圧力振動を生ずる。この問題に関する報告は比較的少なく、反面管路の設計に当っては常に遭遇する問題であり、しかも安全性の上から注意すべき問題である。2種の管を接続した異径管路に変動する圧力が伝わった場合の、水頭変化の一般的な関係式については前報¹⁾²⁾³⁾⁴⁾の中で示した。

本報告においては、比較的直径の大きい2種の管を接続した異径管路の一端より、正弦波で変化する圧力が伝わる時の各管内における圧力振動を表す近似式を導びいた。またこの式から両管内の振動圧の振幅の比を求め、この振幅比は時間に無関係であることを見出した。これらの結果を実験により検討したところほぼ同じ傾向を示すという結果を得た。

2. 異径管路における圧力変動の基礎式

Fig. 1に示すように管I、管IIよりなる異径管が水より弁Bをかいして水平に設置され、管路端Dより振動源Aによる振動が圧力変動として管内に伝わるものと

* 茨城大学工学部機械工学科 (日立市中成沢町)

** 日本原子力研究所 (茨城県那珂郡東海村)

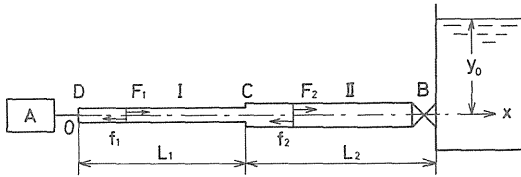


Fig. 1. Horizontal series system connected with a reservoir.

考える。D端を原点として管軸の上流方向に x 軸をとる。 L_1, L_2 は管 I, 管 II の長さ, F_1, f_1 は管 I 内の前進波反射波を, F_2, f_2 は管 II 内のそれらを表わす。管路には静水頭 y_0 がかかるものとし, 管路の水そう端 B における反射係数を R_0 とする。損失水頭および速度水頭は無視できるものと仮定すれば管 I の x の点について,

$$y_1 - y_0 = F_1(t - x/\alpha_1) + f_1(t + x/\alpha_1) \dots\dots\dots (1)$$

ここで, y_1 は管 I の x の点における水頭, α_1 は管 I 内の圧力波の伝ば速度, t は時間を表わす。管 II の x 点における水頭は上と同様の記号を用いて,

$$y_2 - y_0 = F_2(t - x/\alpha_2) + f_2(t + x/\alpha_2) \dots\dots\dots (2)$$

管端の B においては,

$$f_2(t + \frac{L_1}{\alpha_1} + \frac{L_2}{\alpha_2}) = R_0 F_2(t - \frac{L_1}{\alpha_1} - \frac{L_2}{\alpha_2}) \dots\dots\dots (3)$$

の関係がある。式(3)の関係により前報と同様の計算を行った結果は,

$$y_1 - y_0 = F_1(t - x/\alpha_1) + R_1 F_1(t + x/\alpha_1 - \mu_1) + T_1 T_2 \sum_{j=1}^{\infty} (R_e R_2)^{(j-1)} F_1(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - j\mu_2) \dots\dots\dots (4)$$

$$y_2 - y_0 = T_1 \sum_{j=1}^{\infty} (R_e R_2)^{(j-1)} F_1 \left\{ t - \mu_1/2 - \frac{x - L_1}{\alpha_2} - (j-1)\mu_2 \right\} + T_1 \sum_{j=1}^{\infty} R_e (R_e R_2)^{(j-1)} F_1(t - \mu_1/2 + \frac{x - L_1}{\alpha_2} - j\mu_2) \dots\dots\dots (5)$$

ここで,

$$\mu_1 = \frac{2L_1}{\alpha_1}, \quad \mu_2 = \frac{2L_2}{\alpha_2} \dots\dots\dots (6)$$

T_1, T_2 は管 I, 管 II より異径点 C へ進んだ圧力波の C 点における透過割合を表わす係数であり, R_1, R_2 は同様に進んだ圧力波の C 点における反射割合を表わす係数で, 異径点における損失および速度水頭を無視した場合次式により求められる。⁵⁾

$$T_1 = \frac{2}{1 + \xi_1}, \quad R_1 = \frac{1 - \xi_1}{1 + \xi_1}, \quad \xi_1 = \frac{S_2 \alpha_1}{S_1 \alpha_2} \dots\dots\dots (7)$$

$$T_2 = \frac{2}{1 + \xi_2}, \quad R_2 = \frac{1 - \xi_2}{1 + \xi_2} = -R_1,$$

$$\xi_2 = \frac{S_1 \alpha_2}{S_2 \alpha_1} = \frac{1}{\xi_1} \dots\dots\dots (8)$$

ここで, S_1, S_2 は管 I, 管 II の断面積である。また式(4), 式(5)の F_1 の変数部分 () の中は + の場合だけ定義する。- および 0 の場合は F_1 は 0 であるものとする。

3. F_1 が正弦波的振動である場合の圧力振動

F_1 は次式で表わされるものと仮定する。

$$F_1(t) = P_0 \sin \omega t, \quad \omega = 2\pi f \dots\dots\dots (9)$$

ここで P_0 は圧力の振巾, f は振動数である。

3.1 水そう端の弁が開いている場合

この場合は $R_0 = -1$ となるから, R_2^3 以上の項を省略し, $R_2 = -R_1$ とおきかえれば式(4)は,

$$y_1 - y_0 = F_1(t - x/\alpha_1) + R_1 F_1(t + x/\alpha_1 - \mu_1) - T_1 T_2 F_1(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - \mu_2) - T_1 T_2 R_1 F_1(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - 2\mu_2) - T_1 T_2 R_1^2 F_1(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - 3\mu_2)$$

上式に式(9)を代入すれば,

$$y_1 - y_0 = P_0 \sin \omega(t - x/\alpha_1) + P_0 R_1 \sin \omega(t + x/\alpha_1 - \mu_1) - T_1 T_2 P_0 \sin \omega(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - \mu_2) - T_1 T_2 R_1 P_0 \sin \omega(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - 2\mu_2) - T_1 T_2 R_1^2 P_0 \sin \omega(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - 3\mu_2)$$

上式の右辺の各項を合成した結果は,

$$y_1 - y_0 = J P_0 \sin \omega(t + x/\alpha_1 - \mu_1 - 2\mu_2 + \beta) \dots\dots\dots (10)$$

ここで,

$$\begin{aligned}
 J &= \sqrt{J_3^2 + J_2^2 - 2J_2J_3 \cos \omega(-\mu_2 + \beta_2 - \beta_3)} \\
 J_1 &= \sqrt{1 + R_1^2 + 2R_1 \cos \omega(\mu_1 - 2\frac{x}{\alpha_1})} \\
 \beta_1 \omega &= \tan^{-1} \frac{\sin \omega(\mu_1 - 2\frac{x}{\alpha_1})}{R_1 + \cos \omega(\mu_1 - 2\frac{x}{\alpha_1})} \\
 J_2 &= T_1 T_2 \sqrt{1 + R_1^4 + 2R_1^2 \cos 2\omega \mu_2} \\
 \beta_2 \omega &= \tan^{-1} \frac{\sin 2\omega \mu_2}{R_1^2 + \cos 2\omega \mu_2} \\
 J_3 &= \sqrt{J_1^2 + (T_1 T_2 R_1)^2 - 2J_1 T_1 T_2 R_1 \cos \omega(2\mu_2 + \beta_1)} \\
 \beta_3 \omega &= \tan^{-1} \frac{J_1 \sin \omega(2\mu_2 + \beta_1)}{-T_1 T_2 R_1 + J_1 \cos \omega(2\mu_2 + \beta_1)} \\
 \beta_4 \omega &= \tan^{-1} \frac{-J_2 \sin \omega(-\mu_2 + \beta_2 - \beta_3)}{J_3 - J_2 \cos \omega(-\mu_2 + \beta_2 - \beta_3)} \\
 \beta &= \beta_3 + \beta_4
 \end{aligned} \dots (11)$$

式(10)のJP₀は管 I の x の点における合成した圧力波の振巾であるが, 時間 t を含まない。

上と同様の計算により管 II 内の合成波として, 式(5), 式(9)から,

$$y_2 - y_0 \approx J' P_0 \sin \omega \left(t - \mu_1 / 2 + \frac{x - L_1}{\alpha_2} - 2\mu_2 + \beta' \right) \dots (12)$$

を得る。上式の J' P₀ は管 II の x の点における合成した圧力波の振巾であり, 時間 t を含まない。ここで,

$$\begin{aligned}
 J' &= \sqrt{J_2^2 + J_4^2 - 2J_2 J_4 \cos \omega(-\mu_2 - \beta_2' + \beta_4')} \\
 J_1' &= T_1 \sqrt{1 + R_1^4 + 2R_1^2 \cos 2\omega \mu_2} \\
 \beta_1' \omega &= \tan^{-1} \frac{\sin 2\omega \mu_2}{R_1^2 + \cos 2\omega \mu_2} \\
 J_2' &= \sqrt{J_1'^2 + T_1^2 R_1^2 - 2J_1' T_1 R_1 \cos \omega(\beta_1' - 2\frac{x - L_1}{\alpha_2})} \\
 \beta_2' \omega &= \tan^{-1} \frac{J_1' \sin \omega(\beta_1' - 2\frac{x - L_1}{\alpha_2})}{-T_1 R_1 + J_1' \cos \omega(\beta_1' - 2\frac{x - L_1}{\alpha_2})} \\
 J_3' &= T_1 \sqrt{1 + R_1^2 - 2R_1 \cos 2\omega \frac{x - L_1}{\alpha_2}}
 \end{aligned} \dots (13)$$

$$\begin{aligned}
 \beta_3' \omega &= \tan^{-1} \frac{\sin 2\omega \frac{x - L_1}{\alpha_2}}{-R_1 + \cos 2\omega \frac{x - L_1}{\alpha_2}} \\
 J_4' &= \sqrt{J_3'^2 + T_1^2 R_1^4 + 2J_3' T_1 R_1^2 \cos \omega(-2\frac{x - L_1}{\alpha_2} + 2\mu_2 + \beta_3')} \\
 \beta_4' \omega &= \tan^{-1} \frac{J_3' \sin \omega(-2\frac{x - L_1}{\alpha_2} + 2\mu_2 + \beta_3')}{T_1 R_1^2 + J_3' \cos \omega(-2\frac{x - L_1}{\alpha_2} + 2\mu_2 + \beta_3')} \\
 \beta_5' \omega &= \tan^{-1} \frac{-J_4' \sin \omega(-\mu_2 - \beta_2' + \beta_4')}{J_2' - J_4' \cos \omega(-\mu_2 - \beta_2' + \beta_4')} \\
 \beta' &= \beta_2' + \beta_5'
 \end{aligned}$$

管 II と管 I における合成波の振巾比を σ とすると,

$$\sigma = \frac{J'}{J} \dots (14)$$

この σ には t および P₀ を含まない。

3.2 水そう端の弁が閉鎖している場合

この場合は R_e = 1 であるから前の場合と同様の計算により, 管 I に対して式(4)より,

$$y_1 - y_0 \approx K P_0 \sin \omega(t + x / \alpha_1 - \mu_1 - 3\mu_2 + \theta) \dots (15)$$

が導かれる。ここで,

$$\begin{aligned}
 K &= \sqrt{K_3^2 + (T_1 T_2 R_1^2)^2 + 2K_3 T_1 T_2 R_1^2 \cos \omega(\theta_3 + \mu_2)} \\
 \theta \omega &= \tan^{-1} \frac{K_3 \sin \omega(\theta_3 + \mu_2)}{T_1 T_2 R_1^2 + K_3 \cos \omega(\theta_3 + \mu_2)} \\
 K_1 &= \sqrt{1 + R_1^2 + 2R_1 \cos \omega(\mu_1 - 2\frac{x}{\alpha_1})} \\
 \theta_1 \omega &= \tan^{-1} \frac{\sin \omega(\mu_1 - 2\frac{x}{\alpha_1})}{R_1 + \cos \omega(\mu_1 - 2\frac{x}{\alpha_1})} \\
 K_2 &= \sqrt{K_1^2 + (T_1 T_2)^2 + 2K_1 T_1 T_2 \cos \omega(\theta_1 + \mu_2)} \\
 \theta_2 \omega &= \tan^{-1} \frac{K_1 \sin \omega(\theta_1 + \mu_2)}{T_1 T_2 + K_1 \cos \omega(\theta_1 + \mu_2)} \\
 K_3 &= \sqrt{K_2^2 + (T_1 T_2 R_1)^2 - 2K_2 T_1 T_2 R_1 \cos \omega(\theta_2 + \mu_2)} \\
 \theta_3 \omega &= \tan^{-1} \frac{K_2 \sin \omega(\theta_2 + \mu_2)}{-T_1 T_2 R_1 + K_2 \cos \omega(\theta_2 + \mu_2)}
 \end{aligned} \dots (16)$$

管 II に対しても同様の計算により式(5)から,

$$y_2 - y_0 \approx K' P_0 \sin \omega \left(t - \frac{\mu_1}{2} - \frac{5}{2} \mu_2 + \theta' \right) \dots (17)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 K' &= \sqrt{K_3'^2 + K_4'^2 + 2K_3'K_4' \cos \omega (\mu_2 + \theta_4')} \\
 \theta' \omega &= \tan^{-1} \frac{K_4' \sin \omega (\mu_2 + \theta_4')}{K_3' + K_4' \cos \omega (\mu_2 + \theta_4')} \\
 K_1' &= \sqrt{2} T_1 \sqrt{1 + \cos \omega (\mu_2 - 2 \frac{x-L_1}{a_2})} \\
 K_2' &= -K_1' R_1, \quad K_3' = K_1' R_1^2 \\
 K_4' &= K_1' \sqrt{1 + R_1^2 - 2R_1 \cos \omega \mu_2} \\
 \theta_4' \omega &= \tan^{-1} \frac{\sin \omega \mu_2}{-R_1 + \cos \omega \mu_2}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\sigma = \frac{K'}{K} \dots\dots\dots (19)$$

この場合も σ は P_0 および t を含まない。

4. 実験装置

3.2 で述べた水そう端の弁が閉鎖している場合について実験を行った。Fig.2は用いた装置の概略図である。

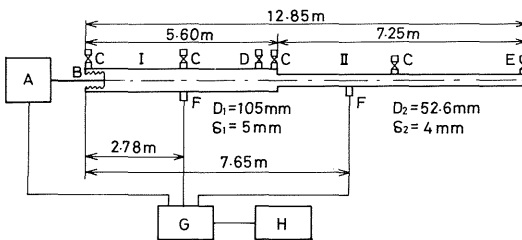


Fig. 2. Experimental arrangement.

内径 105 mm, 長さ 5.60 m の管と、内径 52.6 mm, 長さ 7.25 m の管を中心線が同一になるよう水平に接続し、大径の管の管端に外径 89 mm のベロー B を取付け、これに 2 HP の可変速モーターで駆動する偏心板による振動発生装置 A を取付けた。なお管路は金具を用い実験室の床にコンクリートにより固定した。ベローのストロークは 1.0 mm, 加えられる振動数は 10~130 Hz であった。G は増巾器, H は記録計である。Fig.3はこの振動発生装置とベローへの接続を示す写真である。各管にはFig.2に示す位置に抵抗線式圧力計 F を取付け、振動発生装置の振動数と共に動歪計を通して記録計に接続した。管路には空気抜き C を 4ヶ所設け充分な空気抜きを行った。

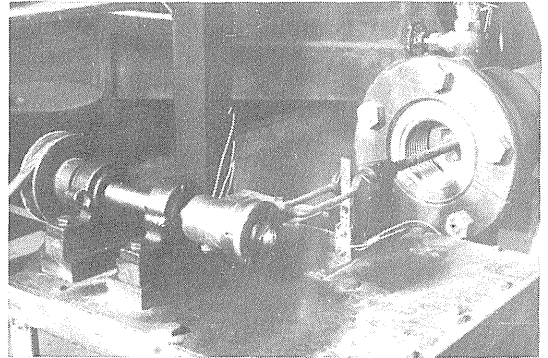


Fig. 3. Bellows mechanism for generating pressure pulse.

Dの加圧管には内径 20 mm のビニール管に、内径 150 mm, 深さ 400 mm の小容器を取付けこれを滑車でつるし、上げ下げすることにより管路にかかる静水頭を変化させた。

5. 実験結果

Fig.4は前記の実験装置により、振動数を 15~120 Hz の範囲に変化させ得られた記録紙上から σ を求め、 f との関係として図示したものである。図中の記号 \circ は管路にかかる静水頭が 7 m Aq の場合を、 Δ は 10 m の場合を示す。

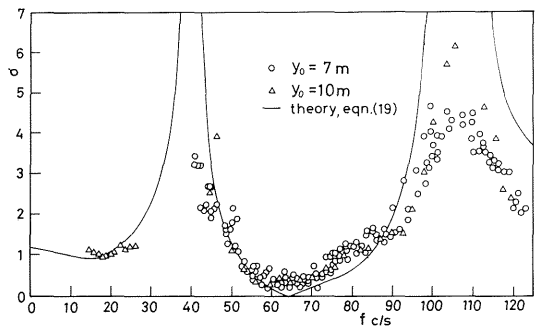


Fig. 4. Pressure amplitude ratio vs. frequency.

合を示す。また図中の曲線は式(19)の σ を電子計算機により計算しその結果を示したものである。両者の結果は傾向として一致する。ただし計算では 40 Hz, 106 Hz 付近で σ が非常に大きくなるが、実験においてはそれ程大き

な値を示さない。これは前述の計算が水の粘性を無視しているためと考えられる。しかし σ の値はこれらの点において3~5となっており, 管路の設計に当っては充分注意しなければならない。

つぎにFig.5に管路への加圧水頭の影響を示す。図によれば加圧水頭5 m以上においては, ほぼ計算結果と同

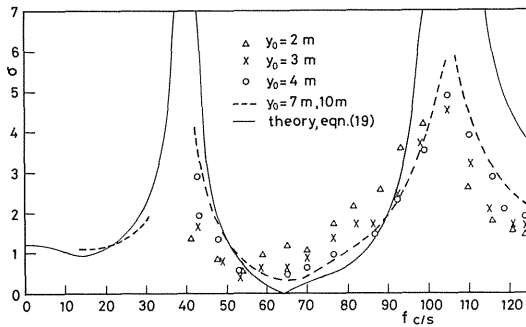


Fig. 5. Effects of the static pressure on the pressure amplitude ratio.

一の傾向を示すが, 加圧水頭が3 m, 2 mの場合は実験結果の曲線は振動数の低い方へずれる傾向がある。この原因としては, これら加圧水頭の低い場合は, 本実験において管内に生じた負圧は7.5~10 mAqであったので, 管内にキャピテーションを発生したためと考えられる。

以上は水そう端の弁が閉鎖している場合についての検討であるが, 開いている場合についても計算と実験の関

係は似た傾向となるものとする。

6. むすび

以上述べたところを要約すると, 水そうに接続された水平異径管路において, 損失水頭が比較的小さい場合は, 接続された2種の管路に生ずる圧力変動の振巾比 σ は, 上流端の弁の開, 閉条件によりそれぞれ式(14), 式(19)で示される。異径管の一方の管路に加えられる圧力振巾の数倍の圧力振巾が他方の管路に生ずることがあり, 設計に当っては充分注意する必要がある。

最後に本研究を進めるに当って熱心に協力された卒業研究の学生諸君に謝意を表します。

参考文献

- 1) 秋元, 水撃作用と圧力脈動, 日本工業新聞社 (昭47), 262
- 2) V. L. Streeter, Hydraulic Transients, McGRAW-HILL (1967), 107
- 3) J. A. Fox, Hydraulic Analysis of Unsteady Flow in Pipe Networks (1977), 167
- 4) 吹田: 茨城大学工学部紀要, Vol. 7, (昭43), 1
- 5) J. Parmakian, Waterhammer Analysis, Dover Pub. (1963), 27