

連続密度成層流体中におけるリー波と渦の相互作用

松浦知徳*, 田畑 淳**, 加藤 始*

(昭和61年9月8日受理)

Interaction of lee-wave and vortex in continuously stratified fluid

Tomonori MATSUURA*, Jun TABATA** and Hajime KATO*

Abstract – The continuously stratified flow over a semicircular cylinder placed in a channel of finite depth is investigated by a visualization experiment. The explored parameter space is $0.6 \leq K \leq 3.6$, $360 \leq Re \leq 4000$ and $0.41 \leq \epsilon \leq 0.47$, where K is the mode parameter, Re the Reynolds number and ϵ the ratio of the obstacle height to the depth. It is found that the critical value of the stability parameter δ at which “fully attached flow” changes into “standing vortex” is nearly 2.2 and that at which “standing vortex” changes into “vortex shedding” is nearly 1.1 for $\epsilon = 0.46$. The standing vortex length decreases as K increases, that is, it decreases as the lee-wave length decreases. When $K \sim 1$, the photograph shows that the upstream influence appears on the upstream side of the semicircular cylinder. Also discussed is the relevance of our results to the acoustic image indicating the interaction of the lee-wave and the separated boundary layer in Knight Inlet (Farmer and Smith, 1980).

1, はじめに

近年、内湾において養殖されている魚貝類の大量死が報告されている。これらの中には、深部の貧酸素水が表層部に移動したことが原因と考えられる事例がある¹⁾。これは、潮汐により湾内に海水が侵入する際、湾内のシル(海堆)によって発生する内部波や渦が一因となっている。又、しばしば波高が数10mにも達する内部波が岸に向かって伝播してくることが航空写真²⁾及び音響画像^{3) 4)}により観測されている。以上の現象に関連した障害物を通過する成層した流れの特徴は、障害物の下流側に発生するリー波、それに伴うローターの形成、内部ソリトンの形成とその伝播等である。また安定成層した場での障害物からの流れの剝離現象は、密度成層の影響を受け、

剝離渦の発生の抑制、後流域のつぶれといった均質流体と異なった特有の流れのパターンを示す⁵⁾。

今までの成層流体中の障害物まわりの流れについての研究では、特に内部波の挙動に主眼がおかれてきた。しかし、障害物背後の後流域に着目した場合、リー波、剝離渦及び乱れの相互の関係を調べることが必要となる。障害物背後の乱れの発生原因はつぎの3つに分類できる。(1)シルからの流れの剝離による乱れ、(2)リー波の振幅が大きくなり、ローターの形成による乱れ、(3)リー波の形成による底面での流れの剝離による乱れの3種類である。本研究では、(1)と(2)について、リー波と後流渦、リー波とローターの関係を可視化法を用いた室内実験により詳細に調べたので報告する。

* 茨城大学工学部建設工学科(日立市中成沢町)

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Ibaraki University, Hitachi 316, Japan

** 茨城大学教育学部研究生(水戸市文京区)

Research Student, Faculty of Education, Ibaraki University, Mito 310, Japan

2. 実験の装置と方法

2.1 実験装置

実験は Fig. 1 に示すアクリル製の成層流水槽（長さ 310 cm, 幅 28 cm, 深さ 50 cm）を用いて行った。成層は 2.2 で述べる方法を用い, 線形密度分布をもった安定成層流体を作った。その成層流体中で, 厚さ 3 mm のアクリル板に取り付けた半円柱の物体（半径 $R = 1.3$ cm, 2.0 cm, 3.0 cm）を水槽底面に沿って一定速度で移動させることにより, リー波と物体背後の渦を発生させた。

2.2 連続密度成層流体の作成

Fig. 1 に示す貯水槽を 2 つ準備し, 塩水と真水を混合攪拌しながら, フロートを使って水槽内での混合が起きないように実験水槽に混合水を注入した。成層流体中の鉛直方向の密度分布を導電率計を用いて鉛直方向 1 cm 毎に測定した。Fig. 2 は代表的な密度分布の例である。

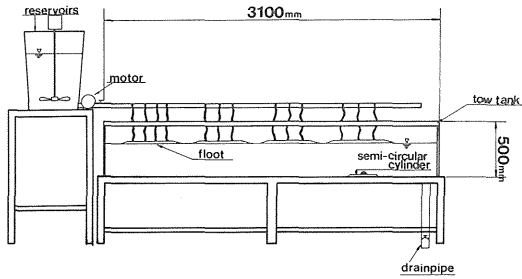


Fig. 1 Schematic representation of experimental apparatus.

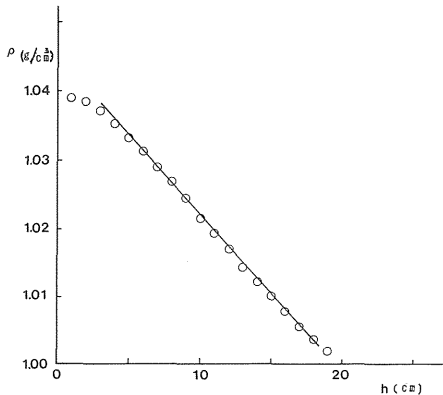


Fig. 2 The example of density profile: $N = 1.45 \text{ s}^{-1}$.

その結果は底面から 1 cm 近傍を除いて線形密度分布を示している。物体の移動後の密度はほぼ線形密度分布が保たれたので, 移動後の混合の影響は無視して, 1 回の成層流体の作成に対して, 2 回の実験を行った。

2.3 可視化

リー波の可視化は, 白色の絵の具を等間隔の深さ（3 ~ 5 cm）毎に少量ずつ注入し, マーカー面を作り行った⁶⁾。物体の背後にできる渦は, 電解沈殿法を用い, 可視化した⁷⁾。リー波の波長 λ と渦の長さ L は水槽の側方から撮った写真及びビデオの静止画像より測定した。

3. 実験結果と考察

本研究で重要となるパラメータは, $K = Nh/\pi U$, $F = U/NR$, $\epsilon = \pi R/h$ と $Re = 2UR/\nu$ である。ここで, $N \left(= \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}} \right)$ はブルントーバイサラ振動数, U は物体の移動速度, R は物体の高さ, h は水深, ν は動粘性係数である。実験は $0.6 \leq K \leq 3.6$, $0.6 \leq F \leq 4.4$, $360 \leq Re \leq 4000$, $0.41 \leq \epsilon \leq 0.47$ のパラメータ範囲で行った。

3.1 リー波の波長

Fig. 3 はリー波の波長とモードに関するパラメータ K との関係を表わしている。Fig. 3 において, 縦軸にリー波の波長 λ を水深 h で無次元化したものを取り, 横軸にモードに関するパラメータ K をとっている。 $n = 1, 2, 3$ の曲線は, 線形理論⁸⁾によるモード 1, 2, 3 の λ/h

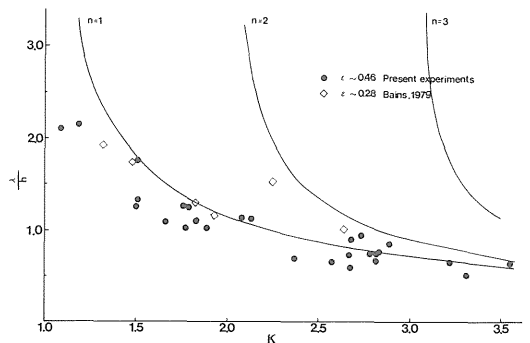


Fig. 3 The observed nondimensionalized wave lengths of lee waves compared with linearized theory (solid curves).

と K の関係を示すものである。◇印は Bains⁹⁾の実験データの内、 ϵ の値が最も大きな場合($\epsilon = 0.28$)をプロットした。データの誤差は●のサイズ内に入る。実験結果は、線形理論曲線と類似の傾向を示しているが、 K が1に近づくにつれて違いが大きくなる。この理由の一つとして、 K が1に近づくにつれて波長が長く振幅が大きくなり、自由表面の影響が無視出来なくなることが挙げられる。また $K=1$ のとき、線形理論では特異点が発生し、解が存在しない。一方 $K \sim 1$ のとき実験では流れの上流に強いブロッキングが生じる(Photo. 1)が、非粘性線形理論ではこの現象は出てこない。したがって、ブロッキングの影響が、実験と理論の相違となっていると考えられる。松浦等¹⁰⁾は ϵ が大きくなるほど実験結果の λ/h は理論曲線からずれることを示した。 λ/h は $K > 2$ の複数年モードが出てくる範囲でも、モード1の理論値に近い値をとる。これはモード1の波がモード2, 3の波に比べて波長が短かく、振幅が大きいためモード1の波が本実験の可視化では主に認められたためと考えられる。

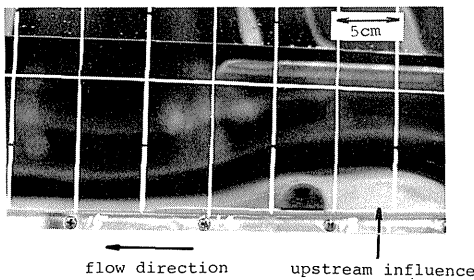


Photo. 1 Typical example of upstream influence.
 $K = 1.08, Re = 1250, \epsilon = 0.47$.

3.2 ローターの形成

障害物によって発生したリー波の振幅が大きくなり、不安定になったとき、ローターが形成されることが知られている。Photo. 2は $K=3.6, Re=1200, \epsilon=0.47$ の場合に対する円柱背後のローターの形成を時間的に追った写真である。(a)から(c)の間ではリー波が発達し、(d)でリー波が転倒しローターが形成され、(e)ではローター内の密度分布が不安定となったためローター内に混合が起きている。このローター内の混合によって、ポテンシャルエネルギーは運動エネルギーへと解放されているこ

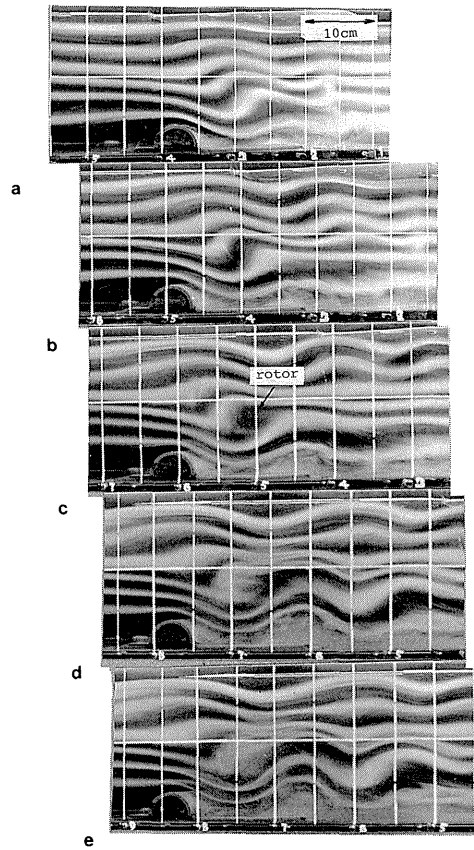


Photo. 2 Time sequence showing rotor formation.
 $K = 3.6, Re = 1200, \epsilon = 0.47$.

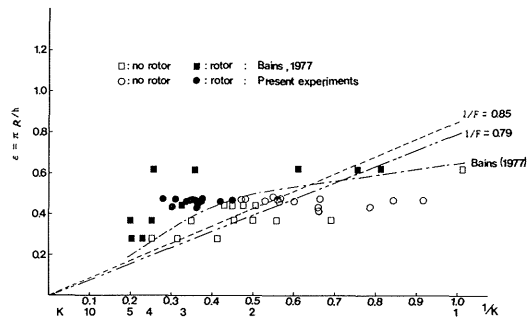


Fig. 4 Experimentally observed conditions for gravitational instability in the lee waves for the semi-circular cylinder.

とが示唆される。

ローターの有無を $\epsilon - 1/K$ 面上で区分けしたものが Fig. 4 である。今回は $\epsilon = 0.46$ 近傍に限って実験を行ったが、Bains¹¹⁾の実験結果とほぼ一致した結果が得られ

た(ここで、Bainsは障害物の形として、 $1/(a^2+x^2)$ の関数形のものを使用している)。 $1/F=0.79$ の直線は円柱に対するMiles and Huppert¹²⁾の理論値である。本実験の臨界値はMiles and Huppertのものより大きな値($1/F\sim 1.0$)をとる。この相違は、Miles and Huppertの理論では粘性の影響が無視されているためと考えられる。

3.3 リー波と剝離渦の相互作用

Fig.5は物体背後の流れの様子を「剝離なし」、「付着渦」、「剝離渦」の3つの流れのパターンにK-Re面上で分類したものである。図上の δ はPao. et. al¹³⁾が実験結果より導入したもので、 $\delta = 2 \epsilon K / \log_{10} (Re/40)$ で表わされるパラメータである。Fig.5から、「剝離なし」と「付着渦」の臨界値は $\delta\sim 2.2$ であり、「付着渦」と「剝離渦」の臨界値は $\delta\sim 1.1$ となった。後者の臨界値は ϵ の大きさに依存し、 ϵ が大きいほど臨界値 δ は小さい値をとる。¹⁰⁾ 図中の●印は、 $K\sim 1$ の場合であり、Photo.1に示したように物体の上流側に強いブロッキング領域ができたものである。この場合、上流への影響が発達していく段階では剝離渦が生じていたが、流れが定常状態に達した段階では、「付着渦」のパターンになっ

たものである。これは、ブロッキング領域ができたため、流れは、物体とブロッキング領域を合わせたものがあつかも物体であるかのように作用するため、このような特異な流れのパターンを示したものと考えられる。

Photo.3の(a), (b), (c), (d)はFig.5の(a), (b), (c), (d)のパラメータに対応するリー波と物体背後のウェークを同時に可視化した写真である。まずKを固定しReを変化させたときの流れのパターンの変化を示す。(a)は $K=1.76$, $Re=850$, (b)は $K=1.79$, $Re=1360$ である。

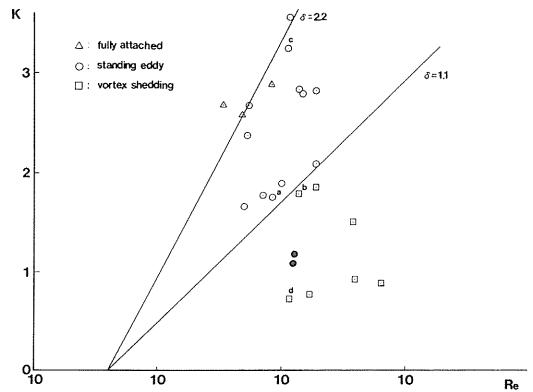


Fig. 5 Flow regime map on K-Re plane: $\epsilon=0.46$.

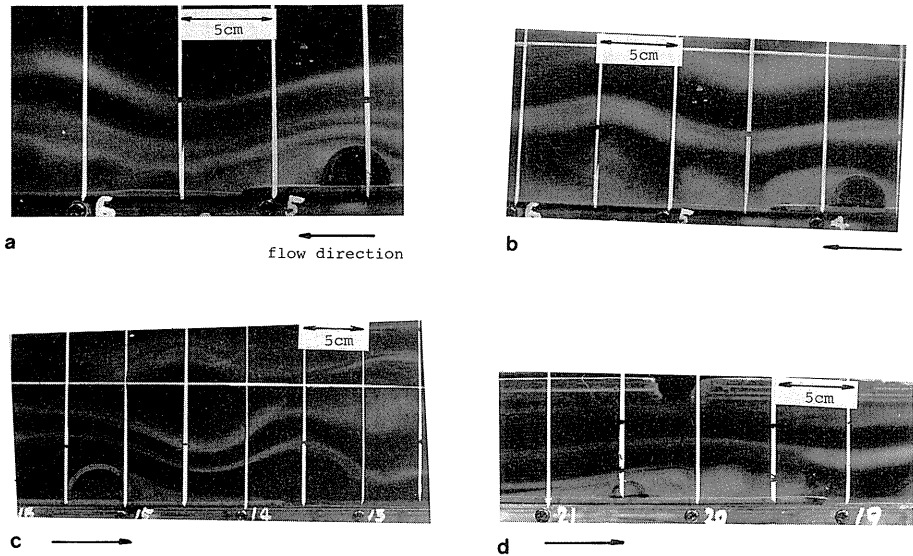


Photo. 3 Flow pattern around a semi-circular cylinder.

- a. $K=1.76$, $Re=850$, $\epsilon=0.47$.
- b. $K=1.79$, $Re=1360$, $\epsilon=0.47$.
- c. $K=3.24$, $Re=1120$, $\epsilon=0.47$.
- d. $K=0.73$, $Re=1130$, $\epsilon=0.45$.

Photo.3(a)において, モード1のリー波が発生しており, それによって剥離が抑制されるため, $Re = 850$ と大きなレイノルズ数をとるにもかかわらず, 剥離渦は発生しない。それに対し, Photo.3(b)では, (a)とほぼ同じKの値をとるが, Re が1360と(a)に比べてさらに大きいため, リー波によって剥離が抑えられているにもかかわらず, 剥離渦が発生している。したがって, 剥離渦の Re への依存性は, 均質流体の場合と同様, Re が大きくなるにしたがい剥離渦が発生しやすくなるということである。次に Re を固定しKを変化させたときの流れのパターンの変化を示す。Photo.3(c)は, $K = 3.24$, $Re = 1120$, (d)は $K = 0.73$, $Re = 1130$ である。Photo.3(c)において, $3 \leq K < 4$ なので, モード1, 2, 3のリー波が発生している。しかも, 物体の右上にローターが形成されていることがわかる。また, リー波による物体まわりの流れの加速により, 物体からの流れの剥離は抑制されている。したがって, Photo.3(a)と同様 Re が1000を越えているにもかかわらず, 付着渦が存在している。Photo.3(d)は $K < 1$ であるのでリー波は発生せず, 物体背後に渦が存在している。Photo.3(c)(d)の比較より Re を固定した場合, Kが大きくなるに従い, 剥離渦が発生しにくくなることわかる。

Fig.5の $\delta = 1.1$ と $\delta = 2.2$ の直線の間の領域に位置するパラメータ, つまり, 付着渦に分類できるものにおいて, 付着渦の長さLがパラメータKにどのように依存しているかをつぎに示す。Fig.6は縦軸に渦の長さLを物体の高さRで無次元化した L/R をとり, 横軸にリー波の波長と関連するKをとった図である。本研究の Re の範囲では, Re による渦の長さへの影響は顕著には見られなかった。Fig.6から判断できることは, Kが大きくなるにつれて L/R が小さくなることである。Kが大きくなるということは, 無次元波長 λ/h が短くなることで, 無次元渦長はリー波の波長と関連があることが予想される。Fig.6の上方の実線は線形理論によって求めた半波長 $\lambda/2$ を物体の代表スケールRで無次元化したモード1のものに対するK依存性を示す曲線である。つまり, この曲線は, 大ざっぱに物体の頂点からリー波の最初の谷までの長さを表わしている。 L/R の実験値は, この曲線より小さい値をとっているが, Kへの依存性はよく合っている。したがって, このことは付着渦の長さはリー波の波長に強く影響されていることを示している。

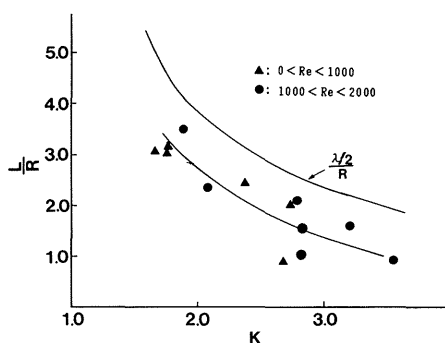


Fig. 6 Calculated length of the attached eddies behind the semi-circular cylinder as a function of K. The upper solid line denotes the half wave length obtained by linear theory.

3.4 リー波の発生している場での乱れ

本実験において, リー波の発生している場での乱れの発生原因の違いから3つの項目に分類した。まず第1は, Photo.3(b)に示されている(1)「物体からの流れの剥離による乱れ」である。この乱れは均質流体と同様に Re が大きく, Kが1に近い(ただし $K \sim 1$ の特異な場合を除く)ほど発生しやすい。第2はPhoto.2及びPhoto.3(c)で示されている(2)「ローターの形成による乱れ」である。3.2で述べたように, $\epsilon \sim 0.46$ の本実験では, $1/K \sim 0.45$ がローター発生の臨界値となっている。一般には, ϵ が大きくなり, Kが大きくなるほどローターが発生しやすくなる。つまり, この原因による乱れは ϵ が大きくなり, Kが大きくなるほど発生しやすくなる。最後に, Photo.2および3(c)等の底板付近に写っている(3)「底板からの流れの剥離による乱れ」がある。この乱れは, リー波の最初の谷の最下点付近で発生する。リー波の形成により, 物体の位置からリー波の第1の谷の最下点まで流れが加速されるのでそれに伴い, 底板上で圧力低下が起きる。また谷の最下点以降の流れは減速されていき, それに伴い底板上で圧力上昇が起きる。したがって, この底板上の谷の最下点近傍に $\partial p / \partial x = 0$ となる位置が存在する。この理由で, 谷の最下点近傍の底板上から流れの剥離が起る。この原因によって発生した乱れは, つづくリー波の山の部分に蓄積し, さらに下流へと流されていく。本実験のパラメータ範囲では, ①は単独に起こり, ②と③は同時に発生している場合が多い。

4. おわりに

連続密度成層中にある半円柱の障害物の後方にできるリー波の性質とリー波と剥離渦の相互作用を可視化法を用いた室内実験によって調べた。それらの結果を以下にまとめる。

- 1) 本実験のリー波の波長とモードに関するパラメータ K の関係は、 K が小さくなるにつれて、線形理論より短い波長をとった。しかし、非線形性の強い $\epsilon \sim 0.46$ に対しても、全体的に無次元波長は $n=1$ ($\lambda/h = 2/(K^2-1)^{1/2}$) の線形の理論曲線と類似した結果を得た。
- 2) $\epsilon \sim 0.46$ に対するローターの有無の臨界値は $1/K \sim 0.45$ であり、この結果は Bains (1977) が実験的に求めた $\epsilon-1/K$ 面上の臨界曲線上の点と一致した。
- 3) $\epsilon \sim 0.46$ に対して、 $K-Re$ 面上において、後流域のパターンを分類したところ、「剥離なし」と「附着渦」の臨界値は $\delta \sim 2.2$ 、「附着渦」と「剥離渦」の臨界値は $\delta \sim 1.1$ であった。
- 4) 附着渦の長さとのレイノルズ数の関係を調べたところ、レイノルズ数への依存性は顕著には認められなかった。附着渦の長さとのモードに関するパラメータ K の関係は、 K が大きくなるにつれて渦の長さが短くなる結果を得た。これは、渦の長さがリー波の波長に強く依存していることを示唆している。
- 5) 可視化の結果から、大気や海洋のシルにおける $K > 1$ の場合の乱れの発生原因として、「障害物からの流れの剥離による乱れ」、「ローターの形成による乱れ」、「底面からの流れの剥離による乱れ」の3つが挙げられることがわかった。

ここで、実際に音響画像によって捕えられた観測結果 (Farmer and Smith³⁾) と本実験の結果との比較を行う。Fig. 7 は Knight 入り江 (カナダ) 内のシルと潮流の相互作用によってできたリー波と剥離渦の音響画像である。右隅の黒っぽい部分がシルで、水深 80 m 付近において、それからの境界層の剥離が起こっている。同時に、その上部にリー波が見られる。均質流体中においては、Fig. 7 のようなシルからの流れの剥離はその頂点から起こると考えられるが、この図では、リー波の発生のため剥離がおくれ、シルのかなり下方から剥離している。Fig. 7 は $K=2.0$ 、 $Re = 1.2 \times 10^7$ であり、本研究 Photo.

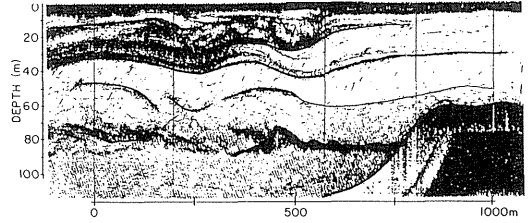


Fig. 7 Acoustic image of lee wave and the separated boundary layer in Knight Inlet (after Farmer and Smith, 1980).

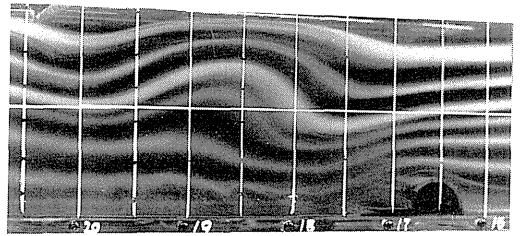


Photo. 4 Visualization photograph showing lee-waves and wake region for nearly equal K parameter to that in Fig. 7. $K=2.08$, $Re=1980$, $\epsilon=0.47$.

4 と比べると Re は極端に大きな値をとる。Fig. 7 からリー波の波長は 250 m と推定できる。これを実験の結果と比べると、実験では $K=2.0$ のとき $\lambda/h \sim 1.1$ であり $h \sim 200$ m と見積もると、 $\lambda \sim 220$ m となり概算だが一致している。

最後に、有益な議論をしていただいた茨大工学部建設工学科の三村助教授と図面作製をしていただいた伊佐治技官に感謝します。

参考文献

- (1) 宗景志浩, 木村晴保, 宮本一元: 第 29 回海岸工学講演会論文集, (1982), pp. 560-564.
- (2) Gargett, A. E., Deep Sea Res, Vol. 23, (1976), pp. 17-32.
- (3) Farmer, D. M and Smith, J. D., Deep Sea Res, Vol. 27 A, (1980), pp. 239-254.
- (4) Chereskin, T. K., J. Geophys. Res, Vol. 88, C4, (1983), pp. 2649-2661.
- (5) Lin, J. and Pao, Y, Ann. Rev. Fluid Mech, Vol. 11, (1979), pp. 317-338.

- (6) 光易恒: 科学研究費研究成果報告書, (1979).
- (7) Honji, H and Kamachi, M., Rep. Res. Inst. App 1. Mech., Kyushu Univ., Vol. 31, (1984), pp. 89-95.
- (8) McIntyre, M., J. Fluid. Mech, Vol. 52, (1972), pp. 209-243.
- (9) Bains, P. G., Tellus, Vol. 31, (1979), pp. 351-371.
- (10) 松浦知徳, 加藤富寛, 加藤始: 第33回海岸工学講演会論文集, (1986), pp. 86-90.
- (11) Bains, P. G., J. Fluid Mech, Vol. 82, (1977), pp. 147-159.
- (12) Miles, J. W and Huppert, H. E., J. Fluid Mech, Vol. 35, (1969), pp. 497-525.
- (13) Pao, Y., Callahan, M and Timm, G., Boeing Document 82-0736, (1968).