算数・数学教育における記号について（II）

数学研究室　宮田龍雄
同　佐藤瑛一
同　稲見泰生
日立茨城工業専門学校　鈴木禎介

まえがき

小学校，中学校，高等学校の算数・数学教育を通して指導される，数学的概念の規定，数学的な操作の表示法，論理の基礎に用いられる用語・記号が，いかなる意味をもって導入され，また使用されていく過程で，用語・記号の意味する内容が，どのように変化していくかを，先の紀要[1)]においては，0と自然数，等号・不等号について考察した。今回は，算数・数学教育の中で最も高い頻度で使用される四則演算のうち，加法・減法の二つの演算に限って，その概念の規定が，それぞれの場面でどのようになされ，それが，以後の算数・数学教育の中でどのように発展させられ，意味内容が変化していくかについて，学習指導要領，小学校・中学校指導書，高等学校学習指導要領解説書[2)]，教科書[3)]などを参考にして考察していく。また，これらの場面で指導上問題となる点についても考察していくことにする。

演算　加法・減法（＋・－）

2項演算である和・差を表わす記号の＋，－は，数の場合，小学校第1学年の始めから導入される。この時点では，加法・減法が適用される具体的な場面が，さまざまな内容を伴って児童に与えられる。実際，指導書には，どのような場合に加法・減法が用いられるかについて，「児童にいちいち区別させる必要はないが，それぞれの場合の具体的な場面を与えるようにし，児童がどの場合にも，同じ加法や減法が適用される場として判断することができるようにすることがだいじである」と解説されている。したがって，小学校第1学年の教科書では，これをうけて，いくつかの具体的な場面が提示されている。実例を挙げれば，“あひるが　はじめに　5わいて，2わ　ふえたので，みんなで　7わになりました；　はじめに　はなが　4つありました。3つ　もらいました。みんなで　いくつになりましたか；　あかいはなが6つ，しろいはなが　3つ　さいています。はなのかずは，あわせて9こです；　はじめに，6わいて，2わ　へったので　のこりは　4わになりました；　おとこのこが　5にんいます。おとこのこは，おんなのこより　4にん　おおいです（すくないです）；　りんごが，ざるに10こ　かごに7こ　あります。ちがいは　3こです；　かきが　7こなっています。2ことると，あとには　なんこのこるでしょう”などと提示され，これらの場面に対して，“しきでかくと　5＋2＝7　5たす2は7です；　4に3をたすと　7になります。4＋3＝7　4たす3は7；　しきでかくと　6－2＝4　6ひく2は4です；　7から2をひくと，5になります。7－2

＝5　7ひく2は5”などと書いたり，読んだりする。これらのさまざまな場合に対して，同じ記号＋や－が用いられているが，ここでの記号＋・－の意味する内容は，同時的あるいは継続的な状態においての2つの数量の，合わせた大きさやそれらの差の意味，比較あるいは過剰・不足の意味，1つの数量ともう1つの数量の間の追加，添加・除去，増加・減少の意味を示している。小学校第1学年という演算導入の初期段階であることを考えれば，実際にこのような様々な場面に数多く直面させ，どのような場面に対して記号＋・－が用いられるかを，先行オルガナイズとして指導することは大切であるが，この場合，単位が同じであるとみなせる数量に対してのみ，加法・減法の演算が有意義であることを十分配慮しての指導でなければならない。さらに，上記のような場面の設定においては，いずれの演算であるかを，あらかじめ暗示する文章表現あるいはことばが用いられているので，これと，実際に適用される演算が一致する場合とそうでない場合があることへの配慮，すなわち，用語による表面的な判断に基づく誤りを防止するための配慮が必要であることも，しばしば議論されるところである。指導書の解説によれば，これについて特に留意して意図的に指導するのは，第2学年の，「加法と減法の意味と相互の関係」の指導を通してとあるが，これは疑問である。第1学年の後半において，“かいだんを7だんめまで　のぼりました。まだ　9だんあります。かいだんは　ぜんぶで　なんだんありますか”あるいは数直線を用いて，“90より10あとの　かずをいいましょう。79より2つまえの　かずをいいましょう”などのように，1つの順序集合において，ある順番から，ある順番だけ後あるいは前の順位，ある順番から，ある順番だけ後退あるいは前進したのちの順位を求めるときにも，同じ記号＋・－が用いられる。したがって，ここでは記号＋・－に対する概念上の相違に着目する必要があろう。

小学校第2学年においては，第1学年における加法・減法の「指導と関連して，減法は加法の逆の関係になっていることを，具体的に理解させることも必要なことである」として，「減法の逆として加法を用いる場合，加法の逆として減法を用いる場合」についても，「意図的な指導が行なわれるようにする」となっている。たとえば，数直線を用いて，“たまごが　いくつかありました。あさ　7こうんだので　みんなで　21こになりました。はじめに　なんこあったのでしょう。□＋7＝21；おたまじゃくしを　たくさんとりました。6ぴき　友だちにあげました。あと　17ひきのこりました。なんびきいたのでしょう。□－6＝17”などを与え，“上の□にあてはまるかずを　考えましょう”のような指導がなされる。また，練習問題で“□の中はいくつですか”として，“□＋8＝24；□－9＝18”などに答えさせることを通して，加法・減法の相互関係を指導しようとしている。さらに，その後“かきが，かごに　18こありました。そこへ　なんこか入れたので　26こになりました。なんこ入れたのでしょう；　12人で　かくれんぼをしていました。なん人か　かえったので7人になりました。なん人かえったのでしょう”と問を投げかけ，“18＋□＝26；　12－□＝7”の形になる問題を通して“□のかずは　いくつでしょう”と求めさせる。また，加法の結果を減法を用いて確かめさせる教材を通しても，同様のことが指導の中に入ってくる。ここで用いられる記号＋・－は，第1学年におけるときの意味よりも，演算そのものの関係を調べ，演算の意味も見ぬかせる意図が強いことからも，前よりも高度な概念の指導に対する配慮が必要となってくるであろう。

また，この学年において，「加法・減法について成り立つ性質」として，「主として交換，結合の法則にあたるもの」の指導がなされる。そのとき「38＋24＝(30＋8)＋(20＋4)＝(30

＋２０）＋（８＋４），８＋７＋３＝８＋（７＋３）＝８＋１０」のように「必要によっては，記号カッコ（　）を用い，まとめて考えるところを示すことが必要である」とされている。しかし，その準備的指導として，第１学年において，文章題を１つの式で表示させて答えさせる問題として“７＋３＋４＝１４　こたえ１４人；　５＋５＋４＝１４；　９＋１＋３”などのような３数の和（差も含む）の意味や結果を求めることが指導される。あるいは，くり上りのある加法やくり下りのある減法は，図を用いて，“７＋５　５は３と２　７＋３＋２＝１２　７＋５＝１２；　１１－４　１１は１０と１　１０－４＋１＝７　１１－４＝７；　８＋６ ８＋(２＋４)　(８＋２)＋４”と指導される。すなわち，記号＋・－は，先に述べた加法・減法の意味であると同時に，数のもつ代数構造である交換・結合法則が成り立つ演算としての意味の二重性格がみられる。たとえば，上の例の“７+３+２”における第一番目の＋と第二番目の＋の意味は異っているといえる。自然数の代数構造を意味している教材とみなせる例として，“けいさんのくふう”の教材において用いられる記号，第１学年での“２３＝１０＋１３＝１０＋１０＋３”などを挙げることができる。

第２学年において，情景図や数直線などを用いて，“けいさんのくふう；　たしざんのきまり”として“（２４＋７）＋３＝２４＋（７＋３），１００－３０－４０＝１００－４０－３０”などの成り立つことを確かめさせることを通して，“（○＋△）＋□＝○＋（△＋□），○－△－□＝○－□－△”とまとめたり，“３＋２＋４は，３＋２と２＋４のどちらを先にけいさんしても，こたえはおなじです。（３＋２）＋４＝３＋（２＋４）”などと指導している。また，交換法則についても同様に，計算結果を確かめさせることから，“△＋○＝○＋△”としたり，数直線を用いて，“たしざんは，もとのかずと　たすかずを　とりかえてたしても，こたえは　かわりません。９０＋５０＝５０＋９０”として，これらを用いて，加法の結果を確かめさせる指導がなされる。第３学年においても，第２学年での指導をうけて，「計算の順序に関心を向け，計算のくふうをさせることを通して，計算の法則にあたることがらについてまとめていくことをねらいとしている」として，「結合法則にあたることであるが，これは表現することばもむずかしいので，この段階では，計算の中で，その事実に気づいていくようにする程度が考えられる」，「減法については，加法と多少異なる面があるが，具体的な数にして，ａ－ｂ－ｃの場合に，ａ－ｃ－ｂとしたり，これをまとめてａ－（ｂ＋ｃ）として計算してよいことを知ったりする。また，数の大小によっては，ａ－ｂ＋ｃ＝ａ＋ｃ－ｂのような場合を考えたりする」ことになっており，第４学年において，今まで指導してきたことを含めて「整理するという意味」での「理解のまとめ」がなされる。加法・減法の演算においては，計算順序における強弱がないこと，交換可能であることの意味が前面に強くだされていることからみても，これまでの記号＋・－の意味とは相当異質なものとみなせよう。また，「第２学年で，ひき算ではそのように交換することができないといったことについて着目してきているとみられる」とあるが，実際には，教科書では，児童の混乱を防ぐためか，これについてはほとんどふれられていない。さらに，３－５＋６のような場合に，３＋６－５と考えたりすることについては，第一番目の演算が，この段階では演算として閉じていないために，実際には指導が困難であり，また，具体的な場面を設定することも不可能であるため教科書においては取り扱っていない。

この計算法則（加法における交換・結合法則など）を強調することは，当然のことながら，学年が進行するにつれて指導されていく。小学校中学年までは，○や△が数（有限小数，分数，自然数を意

味する）を表わすものとするとき，“○＋△＝△＋○，（○＋△）＋□＝○＋（△＋□）”が成り立つという形で交換，結合法則が示され，さらに第6学年では，“たし算のきまりは，整数，小数，分数などの場合にも成り立ちます。$a+b=b+a$，$(a+b)+c=a+(b+c)$”と文字を用いて表わされ，中学校第1学年では，“有理数について，次の計算法則が成り立つ”として，やはり文字を用いてまとめられている。ここでの加法の意味は，それぞれの数の集合において，演算として可換な演算であり，結合的な演算であることを示している。加法がこれと同等の意味に解されていると思われるものに，“ベクトルの加法・減法”，“行列の加法・減法”における交換・結合法則がある。

小学校第1学年において，加法・減法を，1を単位としてそれらがいくつという基数の概念に基づく自然数の加法・減法として指導してきた。第2学年において，3桁，4桁の数の加法・減法を指導するとき，“なん十，なん百のたしざん　ひきざん”で，“$9+4$とくらべて，$90+40$のけいさんの　しかたをいいましょう；　$12-4$とくらべて，$120-40$の　けいさんのしかたをいいましょう”として“$90+40=130$，$120-40=80$”と考えて計算してもよいことが指導される。これらにおける加法・減法は，$90+40=10\times9+10\times4=10\times(9+4)=10\times13$，$120-40=10\times12-10\times4=10\times(12-4)=10\times8$の意味に用いられているとみなせる。第3学年で指導される“大きな数”における加法・減法での“6万＋7万＝13万，13万－7万＝6万”なども上と同様の意味と解せよう。また，この学年で指導される小数や分数の計算について，「小数や分数を，数直線上で考察するとともに，簡単な加法・減法などの計算をその上で対応させてみること。小数の計算では，小数点をそろえることが各位の単位をそろえることになる。$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$などの計算も，$\frac{1}{5}$を単位として整数と同じ考えでできること」とされている。たとえば，$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$を“$\frac{1}{5}\ell$と$\frac{2}{5}\ell$をあわせると，$\frac{1}{5}\ell$がいくつになりますか”として図や整数目盛，分数目盛（$\frac{1}{5}$単位）の数直線を用いて考えさせ，“$\frac{1}{5}\ell$と$\frac{2}{5}\ell$をあわせると，$\frac{3}{5}\ell$です。$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$”としている。減法も同様で，たとえば，$\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$を，計量単位を導入して“$\frac{4}{5}\ell-\frac{2}{5}\ell$”に置き換え，線分図を用いて，“$\frac{4}{5}$から$\frac{2}{5}$をひいた大きさは，$\frac{1}{5}$のなんこぶんでしょう。　$\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$”のように指導している。ここで指導されている分数の加法・減法は，$\frac{1}{5}$の大きさを単位として，そのいくつ分に相当するかを考えさせている。すなわち，$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{1}{5}\times1+\frac{1}{5}\times2=\frac{1}{5}\times(1+2)=\frac{1}{5}\times3$，$\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}\times4-\frac{1}{5}\times2=\frac{1}{5}\times(4-2)=\frac{1}{5}\times2$の意味の加法であり減法である。小数の加法・減法もほぼ同様であり，$1.2+0.2=0.1\times12+0.1\times2=0.1\times(12+2)=0.1\times14$，$2.3-1.2=0.1\times23-0.1\times12=0.1\times(23-12)=0.1\times11$　の意味を示す演算である。これらの加減演算は，いくつかの単位をもった長さや容積などの基準となる単位を用いて導入され，演算が指導されているので，従来の1を単位としての加減法から，さまざまな大きさを単位としての加減法へと移行してきている。したがって，これは明らかに加法・減法における概念の変化と考えられる。この意味で同じと解釈されるものは，小学校第2学年における“ながさやかさの　たしざん”，第3学年における“おもさの計算”における“5㎝＋3㎝5㎜＝8㎝5㎜；2 dℓ＋5 dℓ＝7 dℓ；10 dℓ－7 dℓ＝3 dℓ”などが挙げられる。また，この時点で，“時こくと時間”の単元において，時間に関する演算も指導されるが，これも同様の意味と解釈されよう。その際，（時刻）＋（時間）＝（時刻）とうけとれるような指導がされることには問題がある[1]。

小学校第6学年において，「数直線に関連して，負の数が考えられることに着目させることはさし

つかえない。」と示され，「四則の可能性を調べるということに関連して，二つの整数の商に関して，分数を考え出したと同じように，負の数を考え出すことについても，指導することができることを示唆したものである」と述べられている。さらに中学校第1学年においてもこれをうけて，「しかし，減法についてはいつも可能であるとはいえない。そこで，減法も常に可能になるようにするために，数の範囲を広げなければならないという考え方に立って，数を正の数，負の数にまで拡張させる」としている。この意味での数の拡張には問題点があることは以前に指摘しておいた。[4] ここで用いられる加法・減法演算の意味は，いわゆる静的な数の取り扱いから動的な数の取り扱いへと変化させることである。一部の教科書においては，小学校低学年より，加法・減法を2次元のベクトルの考えに立って指導しているものもあるが，このような扱いがとくに表面化してくるのは，負数の導入時である。たとえば，小学校第6学年において，加法を数直線上での操作の導入に用い，その後“3－1，3－2，3－3で，ひく数は，数直線ではどのように考えられるでしょう； 数直線では，ひき算のひく数は，左の方向にめもりをとります。3－4や3－5は，その見方ではどうなるでしょう”と減法のベクトル的操作を入れ，減法の結果として得られた値を数直線上へ目盛っていくことが指導される。中学校第1学年においても，いろいろな教材を用いて，正の数・負の数の概念を導入したのち，数直線や器の中での水位などを通して，加法・減法の演算を指導している。このように，ここでは両演算を表わす記号＋・－に左右の移動，上下の移動のような運動を伴なった操作としてとらえさせるとともに，記号＋・－は正の数・負の数それ自身をそれぞれ表わす記号としての意味をもたせているので，記号＋・－の使い方およびその演算としての意味は以前とは異なるものとして指導される。

小学校第4学年において，“大きさの等しい分数”として，線分を用い，同じ長さのもの（量）を n 等分したときのいくつ分という見方から，“大きさの等しい分数の場合”の加減演算の指導がされてきている。ひき続いて第5学年において，「分数の大小，相等の比べ方をまとめること。異分母の場合についての加法・減法ができること」となっている。そこで“大きさの等しい分数の分母と分子の間には，どんな関係があるか調べましょう。”ということからいくつかの分数について，“$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{2\times 2}{3\times 2}$，$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}=\frac{8\div 4}{12\div 4}$”などの関係をみつけさせ，“約分する，通分する。”ことを指導したのち，「異分母の場合についての加法・減法」について，“さとうを $\frac{2}{5}$ kg 使いましたが，まだ $\frac{1}{3}$ kg のこっています。さとうは，はじめ何kg　あったでしょう。(1)はじめにあったさとうの重さを表わす式を書きましょう。(2) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$ の計算のしかたを考えましょう。① 単位の大きさがちがうので，このままでは計算できません。② $\frac{2}{5}$ と $\frac{1}{3}$ を通分して，単位の大きさをそろえてから計算しましょう。”，“$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$”などのような過程を通して指導している。また，“$\frac{5}{12}+\frac{3}{4}=\frac{5}{12}+\frac{9}{12}=\frac{\cancel{14}}{\cancel{12}}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$，$\frac{9}{10}-\frac{2}{5}=\frac{9}{10}-\frac{4}{10}=\frac{\cancel{5}}{\cancel{10}}=\frac{1}{2}$”と約分できる場合は必ず“約分する”ことも指導される。この場合のそれぞれの分数は，それらと“大きさの等しい分数の集合”の代表元であり，ここでの加法・減法は類の間の演算としての加法・減法であるので，同分母の分数の加法・減法や，これまでの自然数についてのそれとはまったく異質な演算である。このように，加法・減法演算が類演算であるものとしては，中学校第2学年で指導する剰余系（たとえば，七曜表の例からの Z_7）における代表系 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ における加法・減法，さらに高等学校第1学年における分数式での加法・減法がある。そこでは，“整式 A，B（B は0でない整式）に対して $\frac{A}{B}$ の形の式を与え，これを有理式という。なお C を0でない整式とすると $\frac{AC}{BC}=\frac{A}{B}$ と定める。整式でない有理式を分数式という。分数式

の分母，分子をそれらの公約数で割って，もとの分数式を簡単な形にすることを約分するという。分母の異なるいくつかの分数式を共通な分母をもつ分数式になおすことを通分するという。»のように指導されている。分数式の相等については明確に定義されていない教科書が大部分である。そして加法・減法については，«有理数の場合と同じように次のように定める。»，«分数式の計算は，分数の計算と同様に行なうことができる»として，«$\frac{B}{A}+\frac{C}{A}=\frac{B+C}{A}$，$\frac{B}{A}-\frac{C}{A}=\frac{B-C}{A}$»のように定義の形で与えられたり，数と同一の形で導入されているが，ここでの演算も精演算である。また，この学年において指導されるベクトルについても，有向線分を用いてのベクトルの相等は，«一般に，大きさが等しく向きが同じである二つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$は等しいといい，これを$\vec{a}=\vec{b}$とかく»，«長さが等しく，向きが同じである二つの有向線分の表わすベクトルは等しいものとする»と定義される。加法については，«二つのベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$とし，Aを始点として$\vec{a}$に等しく$\overrightarrow{AB}$をとり，Bを始点として$\vec{b}$に等しく$\overrightarrow{BC}$をとる。このときAを始点，Cを終点とするベクトル$\overrightarrow{AC}$を二つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$の和といい，これを$\vec{a}+\vec{b}$とかく。すなわち$\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$»，«一般に二つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$が与えられたとき，任意の点$A$を始点として，$\vec{a}$を表わす有向線分$AB$を引き，次に$B$を始点として，$\vec{b}$を表わす有向線分$BC$を引けば，有向線分$AC$の長さと向きは点$A$のとりかたに関係なしに定まる。このとき，有向線分$AC$の表わすベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$の和といい，$\vec{a}+\vec{b}$で表わす。すなわち，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$»のように定義されているが，ここでの加法・減法（減法は，加法の逆演算で定義されている。）は等しいベクトルの集合に対する演算であるので，これもやはり類演算である。また，高校2年（数ⅡB）で不定積分が指導される。たとえば，不定積分の定義や積分定数などを，«微分して$f(x)$となる関数を，関数$f(x)$の不定積分または原始関数といい，次の記号で表わす。$\int f(x)\,dx$ したがって $\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx=f(x)$。$f(x)$の不定積分は，その一つを$F(x)$とするとき，$F(x)+C$（$C$は定数）という形に表わされるから，$\int f(x)\,dx=F(x)+C$ とかかれる。このときCを積分定数という»のようになっており，つづいて«不定積分の計算»として，«つぎの等式が成り立つ。関数の定数倍，和，差の不定積分（Ⅰ）$\int kf(x)\,dx=k\int f(x)\,dx$（$k$は定数）　（Ⅱ）$\int(f(x)\pm g(x))\,dx=\int f(x)\,dx\pm\int g(x)\,dx$（複合同順）»のように公式として与えられた形で示される。この後，これらを用いての計算指導が行なわれるが，ここで用いられている加法・減法の演算もやはり類演算の意味である。したがって，その演算の定義可能性，すなわち同一類に属する代表のえらび方に独立に定義することが可能であることの保証がなされなければならないのであるが，それにはまったくふれていないのは問題である。また，上の公式（Ⅱ）を導くとき，左辺と右辺の　«差は定数である。積分の記号$\int$を両辺に含む等式を書くときは，積分定数を省略する»従って（Ⅱ）であるとするものであるが，整数環などの演算ではそのようなことは考えられないことを配慮した指導が必要であろう。また，«関数の定数倍，和，差»という概念が不定積分の中で必要であるが，これについてもそれ以前にはまったく指導されていない。関数の合成を考えるときには，定義域，値域を厳しくみさせる指導が行なわれていながら，関数の加法・減法についてはそれらをほとんど無視し，それらは既によく定義されたものであるかのように扱っているのはやはり問題である。これと同様のことば«関数の定数倍，和，差，積の導関数»を指導するときにも言える。このほか定義が明確になされない状態で，加法・減法の演算が使用されていると思われるものに，«数列の極限（数Ⅲ）»の指導で，«数列の極限については，次の関係が成り立つ。二つの数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$がともに収束するとき，$\lim_{n\to\infty}(a_n\pm$

$b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \pm \lim_{n\to\infty} b_n$（複号同順）" とあるが，この等式での左辺における加法・減法の意味については，やはり明確化されていない。

高校１年（数Ｉ）において，複素数を導入するとき，" 平方すると－１になる新らしい数を考え，その一つを i で表わすことになる。すなわち $i^2 = -1$ この i を虚数単位という。a，b を実数として，$a + b\,i$ という形に表わされる数を複素数という"，" 実数のほかに一つの文字 i を考え，$i^2 = -1$ と定める。次に，実数を係数として，i の１次式 $5 + 2\,i$，$1 - \sqrt{3}\,i$ などをつくり，これらを複素数という。一般に，複素数は，$a + b\,i$（a，b は実数）という形に表わされる" のようにされているが，ここでの記号＋・－は新らしい数としての複素数を定義するために，形式的に用いられるものである。また，高校２年（数ⅡＢ）において行列が指導され，そこでは同じ型の行列の加法の結果を" 二つの行列 A，B の和といい，$A + B$ で表わす" と定義されている。行列における加法・減法は" 同じ型である" という条件のもとで，上のように定義される演算であるので，その意味は以前のものとは異なっている。さらに高校３年（数Ⅲ）において無限級階が指導される。そして" 無限数列 $\{a_n\}$：a_1，a_2，a_3 …，a_n…があるとき，これらの項を順に，和の記号＋で結んだ式 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots\cdots$ ① を無限級数という" と定義し，和について，" 第 n 部分和 S_n を第 n 項とする無限数列 S_1，S_2，S_3，…… ② がある値 S に収束するとき，すなわち $\lim_{n\to\infty} S_n = S$ であるとき，無限級数① は S に収束するといい，S を無限級数① の和という" のように定義されている。ここでの和は無限個の数を対象として，ある特定の条件のもとでのみ考えられるものであり，従来成り立つとされた，加法の交換・結合法則も一般には適用されない演算であるので，これもまた異質の概念である。中学校第２学年において２元１次連立方程式が指導されるが，その" 解き方" の指導の際，" 両辺をそれぞれ加える（引く）。" ことによる形式的な解法がなされる。この指導について問題点のあることは以前にも指摘したが[4] ここでの加法・減法の意味も，数・式におけるそれとは異なる。

あ と が き

以上，小学校・中学校・高等学校の算数・数学教育を通して，ひんぱんに用いられる加法・減法演算について，その意味や用法について考察した。上でも述べたように，これらの演算の定義，用法も不確定な要素を相当に含み，その変遷が発達段階に対応させられているかのごとく見られるが，数学的な曖昧さが未克服のまま残されているという決定的な問題をもつ。指導に際しては，これらの点をふまえながらの指導が肝要かと思われる。今回は四則演算のうち加法・減法に限って考察してきたが，他の機会に残る乗法・除法演算や，その他の用語・記号・概念についても考察していきたい。

参 考 文 献

1）茨城大学教育学部教育研究所紀要第８号（１９７５）

2）小学校指導書算数編，文部省　昭和４４年５月

中学校指導書数学編，文部省　昭和４５年５月

高等学校学習指導要領解説数学・理科編，文部省　１９７２

（本文中，「……」は指導書よりの引用）

3）小学校算数教科書（６社）
中学校数学教科書（６社）
高等学校数学教科書（１３社）
（本文中，“……”は教科書よりの引用）
4）茨城大学教育学部紀要第２２号（１９７２）